Ημερομηνία:____

Ονοματεπώνυμο: ____

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1. Λύνω τα προβλήματα:

α. Η Ανδρομάχη αγόρασε ένα τετράδιο με 2€ και 35 λ., ένα μαρκαδόρο με 3€ και 42 λ. και ένα σετ υλικών για χειροτεχνίες με 7€ και 85 λ. Αν έχει τρία χαρτονομίσματα των 5 €, πόσα ρέστα πήρε;

β. Ο Αλέξανδρος έχει 48 βιβλία. Έδωσε το ένα τρίτο των βιβλίων αυτών στην αδερφή της και το ένα τέταρτο των 48 βιβλίων στην ξαδέρφη της. Πόσα βιβλία της έμειναν;

γ. Ο ταξιδιωτικός πράκτορας εισέπραξε από τα εισιτήρια 26 ταξιδιωτών εννιά χιλιάδες εφτακόσια πενήντα ευρώ. Ποια ήταν η τιμή του ενός εισιτηρίου;

δ. Σε μία παιδική κατασκήνωση τον Ιούλιο φιλοξενήθηκαν 505 παιδιά και τον Αύγουστο 311 παιδιά. Το κάθε παιδί πλήρωσε 535 ευρώ. Πόσα ευρώ πλήρωσαν συνολικά τα παιδιά;

2. Εκτελώ τις πράξεις κάθετα καθώς και τις επαληθεύσεις τους:

1.394X138=	145+9,60=
40.800:15=	248,9-125=
162.800:25=	56,4-38,75=

Ημερομηνία: ____

Ονοματεπώνυμο: ____

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Ξαναθυμάμαι και μαθαίνω τέλεια:

- Κάθετος πολλαπλασιασμός:

59	Πολλαπλασιαστέος
x 36	Πολλαπλασιαστής
354	α΄ μερικό γινόμενο
+ 1770	β΄ μερικό γινόμενο
2124	ΟΛΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

Τι λέω: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΩ ΜΕ ΤΙΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

- 6 φορές το 9 .. 54, γράφουμε το 4 και κρατάμε το 5
- 6 φορές το 5 .. 30, 30 και 5 .. 35, γράφουμε το 35

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΩ ΜΕ ΤΙΣ ΔΕΚΑΔΕΣ

- 3 φορές το 9 .. 27, γράφουμε στη στήλη των δεκάδων το 7 και κρατάμε το 2
- 3 φορές το 5 .. 15 και 2 .. 17. Γράφουμε ολόκληρο το 17 (το 7 στις Ε και το 1 στις Χ)

Στη συνέχεια βάζουμε το σύμβολο της πρόσθεσης (+), τραβάμε γραμμή, προσθέτουμε τα μερικά γινόμενα και γράφουμε από κάτω το αποτέλεσμα.

- ΔΟΚΙΜΗ – ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ

  Πάνω αριστερά στο σταυρό βάζω το μονοψήφιο άθροισμα του πολλαπλασιαστέου: 5+9=14 … 1+4=5

  Πάνω δεξιά στο σταυρό βάζω το μονοψήφιο άθροισμα του πολλαπλασιαστή. 3+6=9

  Τα πολλαπλασιάζω: 5x9=45 … 4+5=9

  Γράφω το μονοψήφιο άθροισμα κάτω αριστερά.

  Ελέγχω αν είναι το ίδιο το μονοψήφιο άθροισμα του ολικού γινομένου: 2+1+2+4=9.

  Γράφω το μονοψήφιο αυτό άθροισμα κάτω δεξιά και ΤΕΛΟΣ.

5	9
9	9

Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΚΑΘΕΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

Ξαναθυμάμαι και μαθαίνω τέλεια:

α. ΠΩΣ ΚΑΝΩ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΕ ΜΟΝΟΨΗΦΙΟ ΔΙΑΙΡΕΤΗ;

Παράδειγμα:

διαιρετέος	260	5	διαιρέτης
	-25	52	πηλίκο
	010		
	-10		
υπόλοιπο	00		

- Ένα ψηφίο έχει ο διαιρέτης, ένα χωρίζουμε και από τα αριστερά του διαιρετέου και λέμε: Το 5 στο 2 δε χωράει. Χωρίζουμε και το 6 κι έχουμε 26.

- Το 5 στο 26 χωράει 5 φορές. 5 φορές το 5…25 από 26…1
- Χωρίζουμε και κατεβάζουμε και το 0 και γίνεται 10.
- Το 5 στο 10 χωράει 2. 2 φορές το 5…10 από 10…0.

β. ΠΩΣ ΚΑΝΩ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΕ ΔΙΨΗΦΙΟ ΔΙΑΙΡΕΤΗ;

Αν έχουμε να κάνουμε διαίρεση με διψήφιο διαιρέτη, για παράδειγμα 196: 12, εργαζόμαστε ως εξής:

196	12
12	16
76	
-72	
4	

Δύο ψηφία έχει ο διαιρέτης, δύο χωρίζουμε και από τα αριστερά του διαιρετέου και λέμε: «Το 12 στο 19 χωράει 1 φορά». Γράφουμε το 1 στη θέση του πηλίκου και πολλαπλασιάζουμε με το διαιρέτη (το 12) και βρίσκουμε 12. Μετά αφαιρούμε το 12 από το 19 και μένουν 7. Κατεβάζουμε και το 6 δίπλα στο 7 και λέμε: «Το 12 στο 76 χωρά 6 φορές». Γράφουμε το 6 στο πηλίκο και το πολλαπλασιάζουμε με το 12 και βρίσκουμε 72. Αφαιρούμε το 72 από το 76 και μένουν 4. Αυτό είναι και το υπόλοιπο της διαίρεσης. Έτσι το 12 χωράει 16 φορές στο 196 και περισσεύουν 4.

Άρα: 196: 12 → π =16 και υ=4.

☺ Πρέπει όμως να προσέξουμε και την παρακάτω περίπτωση:

Αν έχουμε να διαιρέσουμε, για παράδειγμα, το 1.825 με το 34 εργαζόμαστε ως εξής:

Λέμε: «Δύο ψηφία έχει ο διαιρέτης, δύο χωρίζουμε και από τα αριστερά του διαιρετέου». Διαπιστώνουμε ότι το 34 δε χωρά στο 18, γι' αυτό χωρίζουμε και το άλλο ψηφίο και λέμε: «Το 34 στο 182 χωρά 5 φορές» και συνεχίζουμε κανονικά τη διαίρεση, όπως γνωρίζουμε.

- Μία διαίρεση είναι:
  - **Τέλεια** όταν το υπόλοιπό της είναι 0.
  - **Ατελής** όταν το υπόλοιπό της δεν είναι 0.
- **Το υπόλοιπο μιας διαίρεσης είναι πάντοτε μικρότερο από το διαιρέτη της διαίρεσης,** διότι αν δεν ήταν μικρότερο, η διαίρεση θα συνεχιζόταν.

- μπορούμε να κάνουμε επαλήθευση μιας τέλειας διαίρεσης πολλαπλασιάζοντας το πηλίκο με το διαιρέτη. **Στην ατελή διαίρεση, για να κάνουμε επαλήθευση, αφού πολλαπλασιάσουμε το πηλίκο με το διαιρέτη, πρέπει στο γινόμενο να προσθέσουμε και το υπόλοιπο.**

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r|l} 186 & 5 \\ \cline{2-2} -15 & 37 \\ \hline 36 & \\ -35 & \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 37 \\ \times 5 \\ \hline 185 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 185 \\ +1 \\ \hline 186 \end{array}$$

Δηλαδή: Δ = (δ x π) + υ ή 186 = (5 x 37) + 1

Β. Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών:

1. Κάνω τις διαιρέσεις και τις επαληθεύσεις τους:

270:9	604:4	609:3	128:7	728:8
2.583:7	1.476:6	2.205:6	1.892:5	2.600:5

δ. Από ένα κατάστημα αγοράστηκαν 9 κιβώτια που το καθένα είχε 48 κουτιά γάλα. Μια υπάλληλος τα τοποθέτησε σε 8 ράφια. Πόσα κουτιά έβαλε σε κάθε ράφι;

1) 123x55	2) 456x55	3) 789x55
4) 612x176	5) 180x145	6) 219x143
7) 250:25	8) 198:12	9) 356:11
10) 200:16	11) 5.208:14	12) 9.255:15

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕΧΡΙ ΤΟ 1.000.000.000

<u>Α. Μελετώ:</u>

➷ Για να διαβάσουμε εύκολα έναν οποιοδήποτε ακέραιο αριθμό, όσο μεγάλος κι αν είναι, **τον χωρίζουμε με τελείες σε τριψήφια τμήματα (κλάσεις), αρχίζοντας πάντα από τα δεξιά** του (δηλαδή το τέλος του). Έχουμε τις κλάσεις των μονάδων, των χιλιάδων, των εκατομμυρίων, των δισεκατομμυρίων κτλ. (Προσοχή: Το τελευταίο προς τα αριστερά τμήμα του αριθμού μπορεί να μην είναι τριψήφιο!), *π.χ. 3.950.870*. Η κάθε κλάση αποτελείται από τρεις τάξεις από δεξιά προς αριστερά, τις Μονάδες (Μ), τις Δεκάδες (Δ) και τις Εκατοντάδες (Ε).

➷ Όταν λέμε τον αριθμό, αρχίζουμε από το πρώτο αριστερά τμήμα λέγοντας κάθε φορά **τον αριθμό της κλάσης και το όνομά του**. *π.χ. ο αριθμός 3.950.870 διαβάζεται «τρία δισεκατομμύρια εννιακόσιες πενήντα χιλιάδες οχτακόσια εβδομήντα»*. (Στην κλάση των μονάδων, όταν ο αριθμός δεν είναι συγκεκριμένος, παραλείπουμε τη λέξη «μονάδες».)

➷ Μπορούμε να **γράφουμε έναν αριθμό με διαφορετικούς τρόπους**:

1) με **λέξεις**, *π.χ. τρία εκατομμύρια διακόσιες πενήντα χιλιάδες*
2) με **ψηφία**, *π.χ. 3.250.000*
3) με ψηφία και λέξεις («**μεικτή μορφή**»), *π.χ. 2 εκατομμύρια 250 χιλιάδες*

➷ Με τον άβακα, δηλαδή τον πίνακα όπου φαίνονται **οι κλάσεις** και **οι τάξεις** αλλά και **η αξία των ψηφίων ανάλογα με τη θέση τους στον αριθμό**, μπορούμε να ελέγξουμε τη γραφή ενός μεγάλου αριθμού με ψηφία, π.χ.

Κλάσεις	**ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ**			**ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ**			**ΧΙΛΙΑΔΕΣ**			**ΜΟΝΑΔΕΣ**		
Τάξεις	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**
Αξία Τάξεων	**100.000.000.000**	**10.000.000.000**	**1.000.000.000**	**100.000.000**	**10.000.000**	**1.000.000**	**100.000**	**10.000**	**1.000**	**100**	**10**	**1**
			4	**5**	**6**	**8**	**9**	**0**	**7**	**2**	**1**	**0**

Δηλαδή, έχουμε: ✦ 4.568.907.210 *(γραφή του αριθμού με ψηφία)* ή
✦ τέσσερα δισεκατομμύρια πεντακόσιες εξήντα οκτώ εκατομμύρια εννιακόσιες επτά χιλιάδες διακόσια δέκα *(γραφή του αριθμού με λέξεις)* ή
✦ 4 δισεκατομμύρια 568 εκατομμύρια 907 χιλιάδες 210 *(μεικτή μορφή)*

<u>Β. Λύνω:</u>

1. Αντιστοιχίζω κάθε αριθμό με το όνομά του:

3.303.030	τρία εκατομμύρια τριακόσιες τριάντα χιλιάδες τριακόσια
3. 330.300	τρία εκατομμύρια τριακόσιες χιλιάδες τριακόσια τριάντα
3.030.030	τρία εκατομμύρια τριακόσιες τρεις χιλιάδες τριάντα
3.300.330	τρία εκατομμύρια τριάντα χιλιάδες τριάντα

2. Πώς διαβάζονται οι αριθμοί;

4.565.989 → ____

____

10.320.130→ ____

____

210.405.001→ ____

____

3. Χωρίζω τους αριθμούς σε κλάσεις και τους γράφω α) με λέξεις και β) με μεικτή μορφή:

Αριθμός	**Γραφή με λέξεις**	**Γραφή με μεικτή μορφή**
4142869		
98979897		

3. Συμπληρώνω τον άβακα:

Αριθμός	Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
15.150.475									
230.527.600									
464.072.004									
8.305.101									
110.001.001									

4. Με τα ψηφία 3, 5 ,6 ,0 ,2 δημιουργώ τέσσερις επταψήφιους αριθμούς και μετά τους διατάσσω από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:

____

____

Η ΑΞΙΑ ΘΕΣΗΣ ΨΗΦΙΟΥ ΣΤΟΥΣ ΜΕΓΑΛΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

<u>Β. Μελετώ:</u>

➷ Όπως ήδη γνωρίζουμε, **κάθε 10 μονάδες από κάθε τάξη σχηματίζουν μία νέα μονάδα της αμέσως ανώτερης τάξης** *(π.χ. 10 μονάδες σχηματίζουν 1 δεκάδα, 10 δεκάδες σχηματίζουν 1 εκατοντάδα κτλ.).* Επίσης **κάθε 1.000 μονάδες από κάθε κλάση σχηματίζουν μία νέα μονάδα της αμέσως ανώτερης κλάσης** *(π.χ. 1.000 μονάδες σχηματίζουν 1 χιλιάδα, 1.000 χιλιάδες σχηματίζουν 1 εκατομμύριο, 1.000 εκατομμύρια σχηματίζουν 1 δισεκατομμύριο κτλ.)*

➷ Σύμφωνα με τα παραπάνω, **σε έναν ακέραιο αριθμό <u>το ίδιο</u> ψηφίο ανάλογα με τη <u>θέση</u> του στον αριθμό έχει <u>διαφορετική αξία</u>**, *π.χ. Στον αριθμό 7.777.777 το ψηφίο 7 έχει διαφορετική αξία σε κάθε θέση που βρίσκεται και διαβάζεται και διαφορετικά:*

ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**
		7	7	7	7	7	7	7	7	7	7

➷ **Για να συγκρίνω δύο ακέραιους αριθμούς** μετράω το **πλήθος των ψηφίων** τους και μεγαλύτερος είναι όποιος έχει περισσότερα ψηφία *(π.χ. 111.316.789> 56.656.123).* Αν οι δύο ακέραιοι αριθμοί έχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων, **συγκρίνουμε τα ψηφία ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία** *(π.χ. 978.654.302>978.654.203).*

<u>Β. Λύνω:</u>

1. Γράφω την αξία των υπογραμμισμένων ψηφίων:

43.1<u>8</u>2 → ____

2<u>5</u>.347.004 → ____

9.<u>5</u>66 → ____

<u>1</u>76.333.602 → ____

2. Διατάσσω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο:

52.000.052 520.052.000 5.200.520 502.000.520 520.025

3. Βάζω το σύμβολο της ανισότητας ανάμεσα στους αριθμούς :

772.460.050		772.560.050
7.632.801		7.532.701
10.359.860		10.379.860
99.999.999		9.999.999
105.105.105		105.105.104

3. Γράφω τον προηγούμενο και τον επόμενο αριθμό:

_________________ *< 6.900.000 <* _________________

_________________ *< 16.400.000 <* _________________

_________________ *< 44.400.010 <* _________________

ΠΡΩΤΗ ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

1. Το α΄ εξάμηνο του 2009 σε ένα πλοίο εκδόθηκαν εισιτήρια συνολικής αξίας 1.236.758 €. Το β΄ εξάμηνο του 2009 εκδόθηκαν εισιτήρια συνολικής αξίας 106.000€. Ποια ήταν η συνολική αξία των εισιτηρίων που εκδόθηκαν;

2. Μία βιοτεχνία αθλητικών ειδών πούλησε τον Απρίλιο 785.496 αθλητικές φανέλες. Το Μάιο πούλησε 1.876.872 φανέλες. Πόσες φανέλες συνολικά παρασκεύασε η βιοτεχνία και τους δύο μήνες;

3. Ολόκληρη η επιφάνεια της Γης υπολογίζεται σε 513.000.000 τετραγωνικά χιλιόμετρα. Από αυτά τα 149.000.000 τετραγωνικά χιλιόμετρα είναι ξηρά. Πόσα τετραγωνικά χιλιόμετρα είναι η θάλασσα;

4. Το 2008 μία εταιρεία κινητής τηλεφωνίας είχε 1.657.250 συνδρομητές. Όμως το πέρυσι 979.806 συνδρομητές της αποφάσισαν να αλλάξουν πάροχο υπηρεσιών κινητής τηλεφωνίας. Πόσοι συνδρομητές έμειναν τελικά στην εταιρεία;

5. Μία βιομηχανία πούλησε 370.000 κουτιά μολύβια με έναν ήρωα κινουμένων σχεδίων. Αν το καθένα πουλήθηκε 17€, πόσες ήταν συνολικά οι εισπράξεις της βιομηχανίας;

6. Η Δασική Υπηρεσία αναδάσωσε 15.056 στρέμματα καμένου δάσους με 68 δενδρύλλια στο κάθε στρέμμα. Πόσα δενδρύλλια χρειάστηκαν για την αναδάσωση αυτή;

7. Το Μουσείο Φυσικής Ιστορίας στο Λονδίνο το 2009 δέχτηκε 1.057.405 επισκέπτες. Πόσοι επισκέπτες δέχτηκε κατά μέσο όρο κάθε μέρα;

8. Από τους 24.145.784 Ευρωπαίους τηλεθεατές που παρακολούθησαν έναν ποδοσφαιρικό αγώνα μεταξύ των ομάδων Μίλαν και Έβερτον οι 10.452.971 ήταν Άγγλοι και οι 1.453.872 ήταν Ιταλοί. Πόσοι ήταν οι Ιταλοί τηλεθεατές και πόσοι ήταν οι τηλεθεατές των υπόλοιπων ευρωπαϊκών χωρών;

Ημερομηνία:____

Ονοματεπώνυμο: ____

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό:

	29.000.000	
	99.000.000	
	999.900.000	

	20.009.000	
	360.900.000	
	999.999.000	

2. Σημειώνω το σύμβολο που ταιριάζει: >,=,<

α	8.483.087 … 8.483.870	δ	305.237.100 … 305.237.001
β	7.207.580 … 7.702.580	ε	66.666.000 … 66.000.666
γ	34.580.436 … 34.580.346	στ	232.000.600 … 232.600.000

3. Συμπληρώνω τους αριθμούς που προκύπτουν:

	←	19.909.000	→	
	←	19.909.000	→	
	←	19.909.000	→	
	←	19.909.000	→	
	←	19.909.000	→	

4. Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν:

α) 98.850 + … … … = 100.000
β) 1.000.000 - … … … = 999.999
γ) 900.000.000 + … … … =1.000.000.000
δ) … … … + 2 = 1 δισεκατομμύριο
ε) … … … + 100 = 900 εκατομμύρια
στ) … … … + 10 = 899 εκατομμύρια

5. Χωρίζω τους αριθμούς σε κλάσεις και τους γράφω α) με λέξεις και β) με μεικτή μορφή:

Αριθμός	**Γραφή με λέξεις**	**Γραφή με μεικτή μορφή**
987123654		
323120005		

6. Λύνω τα προβλήματα:

α) Μία αθλητική κατασκήνωση την τελευταία διετία είχε συνολική είσπραξη 2.365.000 €. Από αυτά τα 1.398.000 € ήταν η είσπραξη της τελευταίας χρονιάς. Πόση ήταν η είσπραξη της προηγούμενης χρονιάς;

β) Για την κατασκευή μίας παιδικής χαράς διατέθηκαν στην αρχή της χρονιάς 1.236.758 €. Για να αποπερατωθεί όμως το έργο χρειάστηκαν και 450.898 €. Πόσα χρήματα κόστισε τελικά η κατασκευή της παιδικής χαράς;

Ημερομηνία: ____

Ονοματεπώνυμο: ____

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. Συμπληρώνω τον άβακα:

Αριθμός	**Εκατομμύρια**			**Χιλιάδες**			**Μονάδες**		
	Ε	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**
10.250.500									
990.917.600									
981.009.081									
1.101.001									

2. Χωρίζω τους αριθμούς σε κλάσεις και τους γράφω α) με λέξεις και β) με μεικτή μορφή:

Αριθμός	**Γραφή με λέξεις**	**Γραφή με μεικτή μορφή**
202002020		
198891988		

3. Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό:

	49.000.000	
	99.009.009	
	899.900.090	

4. Βάζω το κατάλληλο σύμβολο ανισότητας ανάμεσα στους αριθμούς :

882.570.050		882.550.050
9.743.801		9.734.999
20.359.850		20.379.950
111.111.111		1.111.111

5. Διατάσσω τους παρακάτω αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο:

35.035.350, 35.035.035, 35.350.350, 35.350.305, 35.305.150

____

6. Αντιστοιχίζω τα ισοδύναμα:

10 δεκάδες	1 δεκάδα χιλιάδων
10 μονάδες χιλιάδων	1 εκατοντάδα
10 δεκάδες εκατομμυρίων	1 εκατοντάδα χιλιάδων
10 δεκάδες χιλιάδων	1 εκατοντάδα εκατομμυρίων

7. Λύνω τα προβλήματα:

α) Το 2008 μία βιομηχανία κατασκεύασε 2.678.901 ποδήλατα. Την επόμενη χρονιά κατασκεύασε 3.567.998 ποδήλατα. Πόσα ποδήλατα κατασκεύασε και τις δύο χρονιές;

β) Το Σεπτέμβριο μία βιοτεχνία διέθεσε στα βιβλιοπωλεία του νομού Αττικής 5.121.543 μπλε τετράδια. Όμως βρέθηκαν 2.986.918 ελαττωματικά μπλε τετράδια, τα οποία αποσύρθηκαν αμέσως. Πόσα μπλε τετράδια έμειναν στην αγορά;

Καλή επιτυχία!

Αυτοαξιολόγηση:

Μου φάνηκε/-αν εύκολο/-α στο Φύλλο Αξιολόγησης: ______________________________

____

Μου φάνηκε/-αν δύσκολο/-α στο Φύλλο Αξιολόγησης: ____________________________

____

Είμαι ικανοποιημένος/-η ή δυσαρεστημένος/-η από την απόδοσή μου, επειδή _________

____

Νομίζω πως αξίζω βαθμό________, επειδή ____

____

Ημερομηνία: ____

Ονοματεπώνυμο: ____

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. Συμπληρώνω τον άβακα:

Αριθμός	**Εκατομμύρια**			**Χιλιάδες**			**Μονάδες**		
	Ε	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**	**Ε**	**Δ**	**Μ**
20.360.650									
881.672.980									
565.650.065									

2. Χωρίζω τους αριθμούς σε κλάσεις και τους γράφω α) με λέξεις και β) με μεικτή μορφή:

Αριθμός	Γραφή με λέξεις	Γραφή με μεικτή μορφή
500550055		
23324323		

3. Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό:

	78.000.990	
	66.076.079	
	212.200.010	

4. Βάζω το κατάλληλο σύμβολο ανισότητας ανάμεσα στους αριθμούς :

112.340.050		112.350.050
2.801.657		2.802.657
20.369.850		20.389.950
232.233.322		232.223.322

5. Διατάσσω τους παρακάτω αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο:

47.045.450, 47.045.045, 47.340.450, 47.340.505, 47.304.430, 47.304.550

____

6. Αντιστοιχίζω τα ισοδύναμα:

10 εκατοντάδες μονάδων	1 χιλιάδα εκατομμυρίων
10 μονάδες εκατομμυρίων	1 χιλιάδα
10 μονάδες χιλιάδων	1 δεκάδα εκατομμυρίων
10 δεκάδες εκατομμυρίων	1 δεκάδα χιλιάδων

7. Λύνω τα προβλήματα:

α) Ένα κατάστημα παιχνιδιών εισέπραξε 1.002.574 € το α΄ εξάμηνο του 2009. Το β΄ εξάμηνο του 2009 εισέπραξε 1.003.989 €. Πόσα χρήματα εισέπραξε όλη τη χρονιά;

β) Το 2008 οι επισκέπτες του Μουσείου Φυσικής Ιστορίας στο Λονδίνο ήταν 3.452.987. Το 2009 ήταν 1.008.249 λιγότεροι. Πόσοι ήταν επομένως οι επισκέπτες του Μουσείου Φυσικής Ιστορίας το 2009;

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΕΝΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ – ΚΟΙΝΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΔΥΟ Ή ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Μελετώ:

❖ **Πολλαπλάσιο (Π)** ενός ακέραιου αριθμού ονομάζεται ο αριθμός που προκύπτει **όταν πολλαπλασιάσουμε αυτόν τον αριθμό με έναν άλλο ακέραιο αριθμό.** *Για παράδειγμα: Πολλαπλάσια του αριθμού 2 (Π2) είναι:*

*Π2: 1x2=**2**, 2x2=**4**, 3x2=**6**, 4x2=**8**, 5x2=**10**, 6x2=**12**……*

Τα πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι άπειρα, όπως άπειροι είναι και οι αριθμοί με τους οποίους μπορούμε να τον πολλαπλασιάσουμε.

❖ Δύο ή περισσότεροι αριθμοί μπορούν να έχουν ίδια (κοινά) πολλαπλάσια. **Κοινό πολλαπλάσιο (Κ.Π.)** δύο ή περισσότερων ακέραιων αριθμών ονομάζεται **κάθε ακέραιος αριθμός (εκτός από το 0) που είναι πολλαπλάσιο όλων αυτών των αριθμών**. *Για παράδειγμα, Π4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40,…*

Π6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, …

Επομένως τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 4 και 6 είναι: Κ.Π. (4,6): 12, 24, 36,…

❖ Μπορούμε **να βρούμε τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών με τρεις τρόπους**:

ή α) **Γράφουμε** τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού **με τη σειρά**

(π.χ. *Π2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, …*

Π3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30,...

Π6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, …

ή β) τοποθετούμε τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού **στην αριθμογραμμή** *(π.χ. σελ. 94 του Βιβλίου, εργ.1)*

ή γ) κάνουμε **πίνακα**:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Π2	2	4	**6**	8	10	**12**	14	16	**18**	20	22	**24**
Π3	3	**6**	9	**12**	15	18	21	**24**	27	30	33	36
Π6	**6**	**12**	**18**	**24**	30	36	42	48	54	40	44	72

❖ Τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων ακέραιων αριθμών είναι **άπειρα**, αφού και τα πολλαπλάσιά τους είναι άπειρα.

❖ **Τα κοινά πολλαπλάσια δημιουργούνται με διαδοχικό πολλαπλασιασμό του μικρότερου κοινού πολλαπλασίου.** *π.χ. τα κοινά πολλαπλάσια του 2, του 3 και του 6 δημιουργούνται αν πολλαπλασιάσω το μικρότερο κοινό πολλαπλάσιό τους (δηλαδή το 6) διαδοχικά με το 1, μετά με το 2, με το 3, κτλ. Δηλαδή έχουμε:*

Κ.Π. (2, 3, 6): 6, 12, 18, 24, …

2. Λύνω:

α. Γράφω τα πολλαπλάσια του 3.

β. Συμπληρώνω τα πρώτα πέντε πολλαπλάσια των αριθμών α) 5 β) 6 γ)8 δ)15.

γ. Βρίσκω τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 3 και 4.

δ. Βρίσκω τα πρώτα τρία κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 6, 9 και 12.

ε. Διαγράφω ό,τι είναι λάθος και δικαιολογώ προφορικά την επιλογή μου:

i. Π8= (40, 72, 18, 36, 42, 56, 64)

i. Π15= (45, 120, 50, 60, 75, 80, 90)

iii. Π9= (90, 53, 45, 24, 27, 30, 81)

iv. Π7= (14, 24, 35, 42, 70, 48)

στ. Γράφω τα πολλαπλάσια…

i. … του 4 που δεν υπερβαίνουν το 40.

ii. … του 6 που δεν υπερβαίνουν το 70.

iii. … του 5 που δεν υπερβαίνουν το 54.

iv. … του 10 που δεν υπερβαίνουν το 125.

v. … του 15 που δεν υπερβαίνουν το 120.

vi. … του 12 που δεν υπερβαίνουν το 96.

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ (Ε.Κ.Π.) ΔΥΟ Ή ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Α) Ξαναθυμάμαι:

Κάθε ακέραιος αριθμός διαιρεί ακριβώς τα πολλαπλάσιά του και μόνο αυτά. Ισχύει και το αντίστροφο, ότι δηλαδή κάθε ακέραιος αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του. *Για παράδειγμα: Ο φυσικός αριθμός 2 διαιρεί ακριβώς τα πολλαπλάσιά του 2, 4, 6, 8, 10, …, δηλαδή 2:2=1, 4:2=2, 6:2=3, 8:2=4, 10:2=5,…*

Β) Μαθαίνω:

1. Τι είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων ακέραιων αριθμών;

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων ακέραιων αριθμών είναι το **μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών.** *Για παράδειγμα, το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 2,3 και 6 είναι: Ε.Κ.Π. (2,3,6) = 6.*

2. Πώς βρίσκω το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων ακέραιων αριθμών;

Έστω ότι θέλουμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 4 και 6.

❖ <u>Πρώτος τρόπος:</u> Βρίσκουμε τα πολλαπλάσια του κάθε αριθμού με τη σειρά, μετά τα κοινά πολλαπλάσιά τους και στο τέλος το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιό τους. Δηλαδή:

*Π4: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**,…*

*Π6: 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, 48, 54,…*

Άρα: Κ.Π. (4,6) = 12, 24, 36,…

Ε.Κ.Π. (4, 6) = 12

❖ <u>*Δεύτερος τρόπος:*</u>

<u>α΄ περίπτωση</u>: Εξετάζουμε αν ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς των οποίων ζητάμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. είναι πολλαπλάσιο των υπόλοιπων, δηλαδή αν διαιρείται ακριβώς με τους άλλους αριθμούς. Αν διαιρείται ακριβώς, τότε αυτός, δηλαδή ο μεγαλύτερος, είναι το Ε.Κ.Π. τους. *Για παράδειγμα:*

Ε.Κ.Π. (3, 4, 12)= 12, επειδή 12:3=4 και 12:4=3.

<u>β΄ περίπτωση</u>*:* Υπάρχει όμως η περίπτωση ο μεγαλύτερος αριθμός από αυτούς που μας έχουν δοθεί να μη διαιρείται ακριβώς με τους άλλους αριθμούς, δηλαδή να μην είναι πολλαπλάσιό τους. Τότε τον διπλασιάζουμε ή τον τριπλασιάζουμε κ.λπ. μέχρι να βρούμε έναν αριθμό, δηλαδή ένα πολλαπλάσιό του, που να διαιρείται ακριβώς με όλους τους άλλους αριθμούς που μας έχουν δοθεί. Αυτός ο αριθμός είναι το Ε.Κ.Π. τους. *Για παράδειγμα:*

Έστω ότι αναζητούμε το Ε.Κ.Π. (4, 6, 8). Το 8, που είναι ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς, δε διαιρείται ακριβώς με το 4 και το 6, δηλαδή δεν είναι πολλαπλάσιό τους. Επομένως τον διπλασιάζουμε, δηλαδή λέμε 2 x 8 = 16 και ελέγχουμε αν το 16 διαιρείται ακριβώς με το 4 και το 6. Επειδή όμως το 16 δε διαιρείται ακριβώς, τριπλασιάζουμε το 8, δηλαδή λέμε 3 x 8 = 24 και ελέγχουμε αν το 24 διαιρείται ακριβώς από το 4 και το 6. Παρατηρούμε ότι το 24 διαιρείται ακριβώς με το 4 και το 6, δηλαδή 24 : 4 = 6 και 24 : 6 = 4, γιατί είναι πολλαπλάσιό τους. Άρα το 24 είναι το Ε.Κ.Π. των αριθμών 4, 6, 8.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ

Α. Μαθαίνω:

1. Με το **2** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί οι οποίοι τελειώνουν σε 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8 (δηλ. οι ζυγοί αριθμοί). *Για παράδειγμα: 80:2=40 12.344:2=6.172 256:2=128 100.048:2=50.024*
2. Με το **3** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί που το μονοψήφιο άθροισμα των ψηφίων τους είναι 3 ή 6 ή 9. *Για παράδειγμα: 21:3=7 (2+1=3) 123:3=41 (1+2+3=6) 10.242:3=3.414 (1+0+2+4+2=9)*
3. Με το **5** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί οι οποίοι τελειώνουν σε 0 ή 5. *Για παράδειγμα: 120:5=24 13.455:5=2.691*
4. Με το **9** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί που το μονοψήφιο άθροισμα των ψηφίων τους είναι 9. *Για παράδειγμα:. 104.562:9=11.618 (1+0+4+5+6+2=18 1+8=9)*
5. Με το **10** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί οι οποίοι τελειώνουν σε ένα τουλάχιστον μηδέν. *Για παράδειγμα: 11**0**:1**0**=11 2.50**0**:1**0**=250*
6. Με το **100** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί οι οποίοι τελειώνουν σε δύο τουλάχιστον μηδενικά. *Για παράδειγμα: 2**00**:1**00**=2 2.5**00**:1**00**=25 76.0**00**:1**00**=760*
7. Με το **1.000** διαιρούνται ακριβώς οι αριθμοί οι οποίοι τελειώνουν σε τρία τουλάχιστον μηδενικά. *Για παράδειγμα: 3.**000**:1.**000**=3 452.**000**:1.**000**=452 1.200.**000**:1.**000**=1.200*

Β. Συμπληρώνω τον επόμενο πίνακα:

ΑΡΙΘΜΟΣ	Διαιρείται ακριβώς με το …						
	2	3	5	9	10	100	1.000
10	Χ		Χ		Χ		
150							
1.500							
4.500							
45.000							
105.003							
6.300							
17.002							
17.005							
1.710							
2.304							
1.412.000							
6.709							
12.123							

ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΕΝΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ – ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΚΟΙΝΟΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ (Μ.Κ.Δ.)

Α. Μαθαίνω:

α. Διαιρέτες ενός αριθμού λέγονται οι φυσικοί ακέραιοι αριθμοί με τους οποίους διαιρείται ακριβώς ο αριθμός αυτός. *π.χ. ο αριθμός 9 έχει διαιρέτες τους αριθμούς 1, 3, 9. Δηλαδή οι αριθμοί 1, 3, 9 είναι διαιρέτες του αριθμού 9, γιατί ο 9 είναι πολλαπλάσιό τους.*

Οι διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού είναι μικρότεροι ή το πολύ ίσοι με τον αριθμό.

Οι διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού δεν είναι άπειροι, αλλά «πεπερασμένοι» ως προς το πλήθος τους.

Για να βρούμε τους διαιρέτες ενός αριθμού γράφουμε όλα τα γινόμενα που μας δίνουν αποτέλεσμα τον αριθμό αυτό. (Γνωρίζουμε ήδη ότι κάθε ακέραιος αριθμός διαιρεί ακριβώς τα πολλαπλάσιά του και μόνο αυτά.) *π.χ. οι διαιρέτες του αριθμού 12 είναι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 12, γιατί 1x6=12, 2x6=12, 3x4=12 και 1x12=12.*

β. Δύο ή περισσότεροι φυσικοί αριθμοί μπορεί να έχουν κοινούς διαιρέτες.

π.χ. Ο αριθμός 16 έχει διαιρέτες τους αριθμούς: 1, 2, 4, 8, 16.

Ο αριθμός 24 έχει διαιρέτες τους: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Άρα οι κοινοί διαιρέτες των αριθμών 16 και 24 είναι οι αριθμοί 1, 2, 4, 8.

Ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ονομάζεται Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.). *π.χ. ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης του 16 και του 24 είναι ο αριθμός 8.* Ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης είναι πάντα μικρότερος ή ίσος με τον μικρότερο των αριθμών.

γ. Εύρεση του Μ.Κ.Δ.:

❖ _Πρώτος τρόπος:_ Βρίσκουμε τους διαιρέτες των αριθμών, στη συνέχεια τους κοινούς διαιρέτες τους και τέλος από τους κοινούς διαιρέτες τους επιλέγουμε το μεγαλύτερο. *π.χ. Θέλουμε να βρούμε το Μ.Κ.Δ. των αριθμών 48 και 72.*

Δ48= ***1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24****, 48*

Δ72= ***1, 2, 3, 4, 6, 8****, 9,* ***12****, 18,* ***24****, 36, 72*

Οι κοινοί διαιρέτες των αριθμών 48 και 72 είναι: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Άρα ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης τους Μ.Κ.Δ. (48,72)=24

❖ _Δεύτερος τρόπος:_

α΄ βήμα: Γράφουμε τους αριθμούς τον έναν δίπλα στον άλλο. (Γράφουμε τον πιο μικρό αριστερά).

β΄ βήμα: Διαιρούμε τους αριθμούς με το μικρότερο και κάτω από καθένα από αυτούς τους αριθμούς γράφουμε το αντίστοιχο υπόλοιπο της διαίρεσής του με το μικρότερο αριθμό. Δε διαιρούμε τον πιο μικρό αριθμό.

γ΄ βήμα: Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία σε κάθε γραμμή διαιρώντας τους αριθμούς με το μικρότερο.

τελευταίο βήμα: Η διαδικασία σταματάει όταν καταλήξουμε σε γραμμή που έχει όλα 0 εκτός από έναν αριθμό. Ο Μ.Κ.Δ είναι αυτός ο αριθμός.

π.χ. Θέλουμε να βρούμε το Μ.Κ.Δ. των αριθμών 24, 36, 96.

24	*36*	*96*	*Γράφουμε τους αριθμούς τον ένα δίπλα στον άλλο*
24	*12*	*0*	*Στη δεύτερη σειρά «κατεβάζουμε» το 24 και διαιρούμε τους άλλους αριθμούς με αυτόν. Κάτω από κάθε αριθμό από τους άλλους γράφουμε το αντίστοιχο υπόλοιπο από τη διαίρεσή του, δηλαδή 12 κάτω από το 36 και 0 κάτω από το 96.*
0	*12*	*0*	*Στην τρίτη σειρά «κατεβάζουμε» το μικρότερο από τους αριθμούς, δηλαδή το 12, και διαιρούμε τους υπόλοιπους με αυτόν, δηλαδή το 24 με το 12. Αφού έμεινε μόνο ένας αριθμός, το 12, και οι υπόλοιποι είναι 0,τελείωσε η διαδικασία. Ο αριθμός που έμεινε είναι ο Μ.Κ.Δ. Δηλαδή Μ.Κ.Δ. (24, 36, 96) = 12.*

❖ *<u>Τρίτος τρόπος</u>:*

α΄ βήμα: Παίρνουμε το μικρότερο από τους αριθμούς και βρίσκουμε τους διαιρέτες του.

β΄ βήμα: Μετά παίρνουμε τον αμέσως μεγαλύτερο αριθμό και βλέπουμε ποιοι από τους διαιρέτες του μικρότερου αριθμού είναι διαιρέτες και του αμέσως μεγαλύτερου αριθμού. Διαγράφουμε όσους αριθμούς δεν είναι διαιρέτες και αυτού του αριθμού.

γ΄ βήμα: Παίρνουμε τον αμέσως μεγαλύτερο και βρίσκουμε ποιοι είναι διαιρέτες του από τους αριθμούς που μείνανε. Συνεχίζουμε την ίδια εργασία ώσπου να τελειώσουν οι αριθμοί. *Τελευταίο βήμα*: Από τους αριθμούς που έμειναν ο μεγαλύτερος είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης.

π.χ. Έστω ότι θέλουμε να βρούμε το Μ.Κ.Δ. των αριθμών 27, 36 και 81.

α΄ βήμα: Παίρνουμε το μικρότερο αριθμό και βρίσκουμε τους διαιρέτες του. Ο μικρότερος είναι το 27. Διαιρέτες του είναι οι 1, 3, 9, 27, δηλαδή Δ 27 = {1, 3, 9}.

β΄ βήμα: Παίρνουμε τον αμέσως μεγαλύτερο αριθμό και βρίσκουμε ποιοι από τους διαιρέτες του 27 είναι διαιρέτες του. Ο αμέσως μεγαλύτερος είναι ο 36. Διαιρέτες του είναι το 1,3, 9, δηλαδή Δ36={1, 3, 9}. (Διαγράφουμε το 27).

γ΄ βήμα:Παίρνουμε τον αμέσως μεγαλύτερο αριθμό και βρίσκουμε ποιοι από τους αριθμούς που έμειναν είναι διαιρέτες του. Ο αμέσως μεγαλύτερος είναι το 81. Διαιρέτες του είναι το 1,3,9, δηλαδή Δ81= {1, 3, 9}. Άλλοι αριθμοί δεν έμειναν και επομένως προχωρώ στο τελευταίο βήμα.

Τελευταίο βήμα: Μ.Κ.Δ είναι ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς που έμειναν, δηλαδή το 9. Επομένως Μ.Κ.Δ (27, 36, 81) = 9

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

✦ Όταν θέλουμε να μιλήσουμε για **ένα μέρος της ακέραιας μονάδας**, χρησιμοποιούμε **δεκαδικούς αριθμούς ή κλάσματα**.

Αν χωρίσουμε την μονάδα σε δέκα ίσα μέρη, τα οποία ονομάζονται «δέκατα», είναι φανερό ότι **η μονάδα αποτελείται από 10 δέκατα**. Κάθε ένα από αυτά ονομάζεται «ένα δέκατο» και γράφεται $\frac{1}{10}$ ως κλάσμα και **0,1** ως δεκαδικός. Μπορούμε λοιπόν να πάρουμε όσα δέκατα της μονάδας θέλουμε και να γράψουμε το αντίστοιχο κλάσμα ή δεκαδικό *(π.χ. 3 δέκατα της μονάδας γράφονται ως* $\frac{3}{10}$ *ή 0,3).*

✦ Αν χωρίσουμε τη μονάδα σε **εκατό ίσα μέρη**, τα οποία ονομάζονται «εκατοστά», είναι φανερό ότι η μονάδα αποτελείται από 100 εκατοστά. Κάθε ένα από αυτά ονομάζεται «ένα εκατοστό» και γράφεται $\frac{1}{100}$ ως κλάσμα ή **0,01** ως δεκαδικός. Μπορούμε λοιπόν να πάρουμε όσα εκατοστά της μονάδας θέλουμε και να γράψουμε το αντίστοιχο κλάσμα ή δεκαδικό *(π.χ. 3 εκατοστά της μονάδας γράφονται ως* $\frac{3}{100}$ *ή 0,03).*

✦ Στο τέλος ενός δεκαδικού αριθμού **μπορούμε να προσθέσουμε ή να διαγράψουμε μηδενικά**, χωρίς να επηρεάζεται η αξία του αριθμού *(π.χ. 0,30 = 0,3 = 0,3000).*

✦ Όταν ο δεκαδικός αριθμός δεν έχει ακέραιο μέρος, **στη θέση του βάζουμε το μηδέν (0)**. *π.χ. ο δεκαδικός αριθμός «πέντε χιλιοστά» γράφεται 0,005.*

✦ Μπορούμε **να μετατρέψουμε κάθε ακέραιο αριθμό σε δεκαδικό** αν βάλουμε στο τέλος του υποδιαστολή και προσθέσουμε στη συνέχεια όσα μηδενικά θέλουμε.

π.χ. 4 μ. = 4,0 μ. = 4,00 μ. = 4,000 μ.

✦ Για να διαβάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό, **διαβάζουμε πρώτα όλο το ακέραιο μέρος του αριθμού**, λέμε τη λέξη «**και**» και **μετά όλο το δεκαδικό μέρος με το όνομα του τελευταίου δεκαδικού ψηφίου**.

π.χ. 3,35 → 3 ακέραιος και 35 εκατοστά

15,125 → 15 ακέραιος και 125 χιλιοστά

8,05 → 8 ακέραιος και 5 εκατοστά κ.ο.κ.

✦Όταν το ακέραιο μέρος είναι 0, δεν το διαβάζουμε. *π.χ.0,495 → 495 χιλιοστά*

✦ Για να γράψουμε ένα δεκαδικό αριθμό προσέχουμε τα εξής: Γράφουμε **πρώτα το ακέραιο μέρος**, βάζουμε **υποδιαστολή** (,) και **μετά γράφουμε το δεκαδικό μέρος**. Πιο συγκεκριμένα, όταν ακούμε ότι ο δεκαδικός έχει δέκατα, τότε το δεκαδικό του μέρος θα έχει 1 ψηφίο, αν έχει εκατοστά, τότε το δεκαδικό του μέρος θα έχει 2 ψηφία, αν έχει χιλιοστά, το δεκαδικό του μέρος θα έχει 3 ψηφία κ.ο.κ. Έτσι **δεν ξεχνάμε την υποδιαστολή, όταν χρειάζεται να συμπληρώνουμε με τα ανάλογα μηδενικά**.

π.χ. Ο δεκαδικός αριθμός πέντε και έξι χιλιοστά γράφεται 5,006.

Ο δεκαδικός αριθμός πέντε και έξι εκατοστά γράφεται 5,06.

- Όταν στο δεκαδικό αριθμό **δεν υπάρχουν ακέραιες μονάδες, τότε βάζουμε υποχρεωτικά το μηδέν**. *π.χ. ο δεκαδικός αριθμός «πέντε χιλιοστά» γράφεται 0,005.*

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ (2)

❖ ***<u>Τι είναι οι δεκαδικές κλασματικές μονάδες;</u>***

Οι δεκαδικές κλασματικές μονάδες είναι **<u>το ένα από τα δέκα ή τα εκατό ή τα χίλια</u>** κτλ. **<u>ίσα</u>** μέρη στα οποία χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα. π.χ. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ κτλ.

Οι δεκαδικές κλασματικές μονάδες έχουν **παρονομαστή το 10 ή το 100 ή το 1.000 κτλ.** και **από την επανάληψή τους γίνονται τα <u>δεκαδικά κλάσματα</u>**.

π.χ. $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$ = 3x$\frac{1}{10}$ = $\frac{3}{10}$ $\frac{1}{100}+\frac{1}{100}+\frac{1}{100}$ = 3x$\frac{1}{100}$ = $\frac{3}{100}$, *κτλ.*

❖ ***<u>Πώς υπολογίζουμε το $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ και το $\frac{1}{1000}$ ενός αριθμού;</u>***

Για να υπολογίσουμε το $\frac{1}{10}$ ενός αριθμού, χωρίζουμε τον αριθμό σε 10 ίσα μέρη και παίρνουμε το ένα από αυτά.
Δηλαδή διαιρούμε τον αριθμό με το 10.
Για παράδειγμα το $\frac{1}{10}$ του 20 είναι ίσο με 20:10 = 2

❖ ***<u>Πώς μετατρέπουμε ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό;</u>***

Για να μετατρέψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό ακολουθούμε τα εξής βήματα:
1^o : Γράφουμε τον αριθμητή του δεκαδικού κλάσματος.
2^o : Μετράμε τα μηδενικά που έχει ο παρανομαστής.
3^o : Χωρίζουμε με υποδιαστολή από το τέλος, τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά έχει ο παρανομαστής.
Π.χ.
Για να υπολογίσουμε τον δεκαδικό αριθμό που προκύπτει από το δεκαδικό κλάσμα $\frac{25}{100}$ ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:
1^o : Γράφουμε τον αριθμητή του δεκαδικού κλάσματος, δηλαδή το 25.
2^o : Το 100 έχει 2 μηδενικά.
3^o : Χωρίζουμε με υποδιαστολή 2 δεκαδικά ψηφία.
Έτσι προκύπτει ο δεκαδικός αριθμός 0,25.

<u>ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

1. Συμπληρώνω τον παρακάτω πίνακα:

κλάσμα	με λέξεις	δεκαδικός αριθμός
π.χ. $\frac{1}{10}$	1 δέκατο	0,1

	54 δέκατα	
$\frac{30}{100}$		
$\frac{153}{10}$		
		0,75
	29 εκατοστά	
$\frac{900}{1000}$		
$\frac{8943}{1000}$		

2. Βρίσκω άλλα ισοδύναμα κλάσματα και στη συνέχεια τα εκφράζω ως δεκαδικούς αριθμούς, όπως το παράδειγμα:

Ισοδύναμα κλάσματα	Ισοδύναμοι δεκαδικοί αριθμοί
π.χ. $\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{300}{1000}$	0,3 = 0,30 = 0,300
$\frac{40}{100}$	
$\frac{100}{1000}$	
$\frac{94}{10}$	
$\frac{10}{10}$	

3. Γράφω τα παρακάτω δεκαδικά κλάσματα με τη μορφή δεκαδικού αριθμού:

- $\frac{12}{1000} =$
- $\frac{10}{1000} =$
- $\frac{7}{100} =$
- $\frac{103}{10} =$
- $\frac{24}{100} =$
- $\frac{75}{100} =$
- $\frac{2}{100} =$
- $\frac{3}{10} =$
- $\frac{275}{100} =$
- $\frac{55}{1000} =$
- $\frac{7}{10} =$
- $\frac{2}{10} =$

ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ – ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

❖ ***<u>Πώς μετατρέπουμε ένα δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα;</u>***

Για να μετατρέψουμε έναν δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα ακολουθούμε τα εξής βήματα:
1^o : Στον αριθμητή γράφουμε τον αριθμό χωρίς την υποδιαστολή. Εάν το ακέραιο μέρος είναι 0, δεν το γράφουμε καθόλου.
2^o : Μετράμε τα ψηφία που υπάρχουν δεξιά από την υποδιαστολή.
3^o : Στον παρανομαστή γράφουμε τη μονάδα (1) και συμπληρώνουμε τόσα μηδενικά όσα και τα ψηφία που βρίσκονται δεξιά της υποδιαστολής.
Π.χ. Μετατρέπουμε το 1,04 σε δεκαδικό κλάσμα.
1^o : Στη θέση του αριθμητή γράφουμε τον αριθμό χωρίς την υποδιαστολή. Δηλαδή γράφουμε <u>104.</u>
2^o : Το 1,04 δεξιά της υποδιαστολής έχει 2 ψηφία.
3^o : Το δεκαδικό κλάσμα είναι το $\frac{104}{100}$.

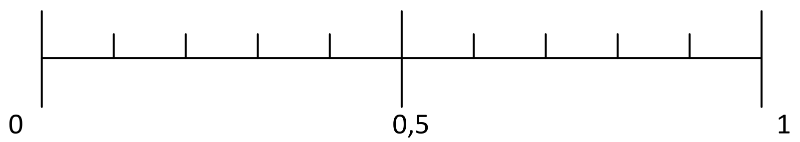
❖ ***<u>Μπορεί ένας ακέραιος αριθμός να γραφτεί ως δεκαδικός αριθμός;</u>***

Κάθε ακέραιος αριθμός μπορεί να γραφεί σαν δεκαδικός αριθμός.
1^o : Γράφουμε τον ακέραιο.
2^o : Τοποθετούμε δεξιά την υποδιαστολή.
3^o : Τοποθετούμε μηδενικά στο δεκαδικό μέρος. Δεν έχει σημασία πόσα μηδενικά θα προσθέσουμε στο τέλος του δεκαδικού μέρους ενός αριθμού, αφού η αξία του παραμένει η ίδια.
Π.χ. Να γράψουμε το 28 με τη μορφή δεκαδικού αριθμού.
1^o : Γράφουμε το 28.
2^o : Τοποθετούμε δεξιά την υποδιαστολή, οπότε γίνεται 28, και
3^o : Συμπληρώνουμε όσα μηδενικά θέλουμε στο δεκαδικό μέρος.
Έτσι προκύπτει ο αριθμός 28,0 ή 28,00 ή 28,000.

<u>ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

1. Αντιστοιχίζω τους δεκαδικούς αριθμούς με την ονομασία τους και τους διατάσσω περίπου στην παρακάτω αριθμογραμμή:

Έξι δέκατα ■	■ 0,06 ■	■ $\frac{6}{1000}$
Έξι εκατοστά ■	■ 0,6 ■	■ $\frac{6}{10}$
Έξι χιλιοστά ■	■ 0,006 ■	■ $\frac{6}{100}$



3. Βρίσκω στα συννεφάκια τους αριθμούς που δεν ταιριάζουν:

37,3 37,030
37,30 37,300

0,25 0,025
0,2500 0,250

4. Γράφω τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς με τη μορφή δεκαδικού κλάσματος:

● 0,74	→ ____	● 11,501	→ ____
● 0,7	→ ____	● 1,002	→ ____
● 2,05	→ ____	● 125,2	→ ____
● 8,27	→ ____	● 0,0007	→ ____
● 4,25	→ ____	● 2,9	→ ____
● 3,9	→ ____	● 0,896	→ ____
● 15,008	→ ____	● 0,47	→ ____

5. Γράφω το δεκαδικό αριθμό που έχει:

α) 4 μονάδες 4 δέκατα 7 εκατοστά 8 χιλιοστά

____

Μετατρέπω το δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα ______

β) 7 μονάδες 8 δέκατα 6 εκατοστά 2 δεκάκις χιλιοστά

____

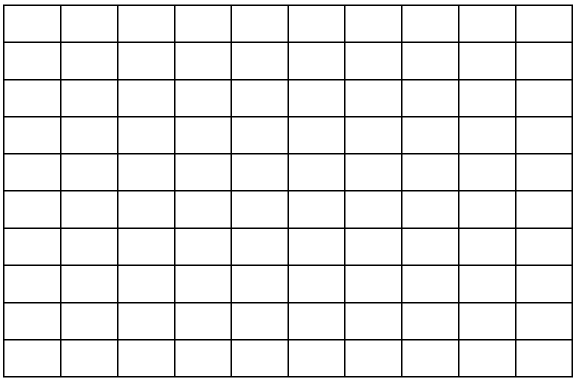
Μετατρέπω το δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα ______

γ) 6 εκατοντάδες 3 μονάδες 6 εκατοστά 8 χιλιοστά

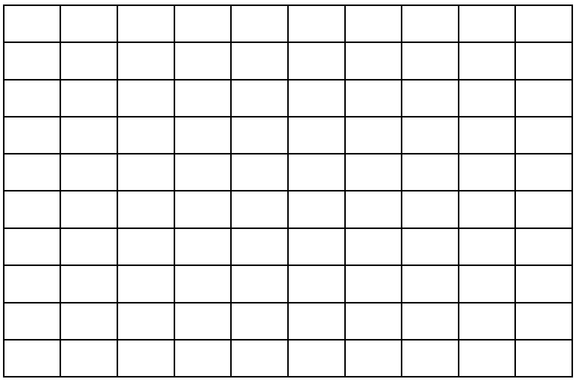
____

Μετατρέπω το δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα ______

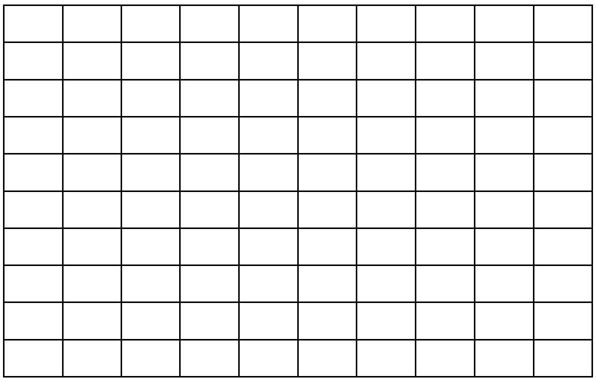
6. Το καθένα από τα παρακάτω τετράγωνα είναι χωρισμένο σε 100 ίσα μέρη. Χρωματίζω το μέρος της επιφάνειας που δηλώνει ο αντίστοιχος δεκαδικός αριθμός:



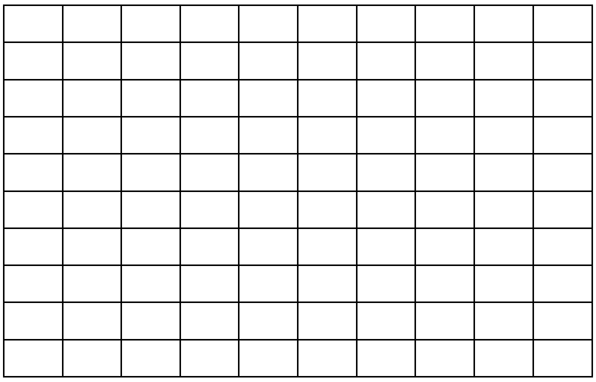
0,4



0,25



0,36



0,8

ΑΞΙΑ ΘΕΣΗΣ ΨΗΦΙΩΝ ΣΤΟΥΣ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

€ Προκειμένου να συγκρίνουμε δεκαδικούς αριθμούς, συγκρίνουμε το ακέραιο μέρος τους. Μεγαλύτερος είναι ο δεκαδικός αριθμός με το μεγαλύτερο ακέραιο μέρος.
  Π.χ. 7,5 > 2,95 γιατί 7 > 2

€ Αν τα ακέραια μέρη των αριθμών είναι ίδια, συγκρίνουμε τα δεκαδικά τους μέρη, ξεκινώντας από το ψηφίο των δεκάτων. Π.χ. 7,501 > 7,499 γιατί 5 > 4

€ Αν το ψηφίο των δεκάτων είναι ίδιο, συγκρίνουμε το ψηφίο των εκατοστών. Π.χ. 7,560 > 7,549 γιατί 6 > 4.

€ Αν το ψηφίο των εκατοστών είναι ίδιο, συγκρίνουμε το ψηφίο των χιλιοστών. Π.χ. 7,568 > 7,567 γιατί 8 > 7 κ.ο.κ.

€ **Προσοχή!** Δεν πρέπει να παρασυρόμαστε και να θεωρούμε μεγαλύτερο δεκαδικό αριθμό αυτόν που έχει τα περισσότερα δεκαδικά ψηφία.
  Π.χ. 2,5 > 2,499 γιατί το 2,5 γράφεται και 2,500

€ Για να αποφεύγουμε λοιπόν τέτοια λάθη κατά τη σύγκριση και τη διάταξη των δεκαδικών αριθμών, αν τα δεκαδικά τους μέρη δεν είναι ισοψήφια, για ευκολία μπορούμε να συμπληρώνουμε (ή να διαγράφουμε) μηδενικά στο τέλος τους, για να γίνουν πρώτα ισοψήφια και στη συνέχεια να κάνουμε τη σύγκριση και τη διάταξη.
  Π.χ. 2,5 … 2,50 → 2,50 ή 2,5 = 2,50
  2,5 … 2,499 → 2,500 > 2,499 κ.ο.κ.

€ Ανάμεσα σε δύο δεκαδικούς αριθμούς παρεμβάλλονται άπειροι άλλοι δεκαδικοί αριθμοί, μιας και η διαμέριση της ακέραιης μονάδας είναι συνεχής.

€ Η σύγκριση και η διάταξη των αριθμών μας επιτρέπουν να παρεμβάλλουμε έναν ή περισσότερους αριθμούς ανάμεσα σε δύο άλλους. Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε ποιοι αριθμοί παρεμβάλλονται ανάμεσα στο 1,5 και στο 1,6, προσθέτουμε στο τέλος τους από ένα ή περισσότερα μηδενικά, πράγμα που δεν αλλάζει την αξία τους, και γίνονται 1,50 και 1,60. Άρα παρεμβάλλονται οι 1,51, 1,52, … 1,59 κ.ο.κ.

<u>ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

1. *Βάζω το σύμβολο της ισότητας ή της ανισότητας (=, <, >) στα παρακάτω ζευγάρια δεκαδικών αριθμών:*

- 3,15 … 3,51
- 84,25 … 8,254
- 2,189 … 2,198
- 2,13 … 2,1300
- 0,7 … 0,70
- 0,08 … 0,008

- 0,5 … 0,500
- 0,400 … 0,41

2. *Διατάσσω από το μεγαλύτερο στο μικρότερο τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς και τους μεταφέρω στον πίνακα (αρχίζοντας από το μεγαλύτερο).*

6,256 , 0,025 , 0,5 , 625,6 , 0,25 , 62,56

Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	δέκατα	εκατοστά	χιλιοστά

3. *Που πρέπει να βάλω υποδιαστολή ώστε σ' όλους τους αριθμούς το ψηφίο 5 να δηλώνει εκατοστά;*

235 85 92050 4015 532

4. *Που πρέπει να βάλω υποδιαστολή, ώστε σ' όλους τους αριθμούς το ψηφίο 8 να δηλώνει χιλιοστά:*

418 1708 18 45018

5. *Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο αριθμό που φανερώνει:*

α. δέκατα

……	0,9	……
……	3,9	……
……	10	……
……	0,3	……

β. εκατοστά

……	0,09	……
……	0,99	……
……	2,09	……
……	1	……

γ. χιλιοστά

……	3,099	……
……	0,009	……
……	0,999	……
……	8	……

6. *Γράφω ένα δεκαδικό αριθμό που να είναι ανάμεσα τους:*

i) 0,09 < ……….< 0,11

0,79 < ………..< 0,81

0,01 < ………..< 0,03

ii) 0,009 < …………< 0,011

0,099 < …………< 0,101

0,999 < ………….< 1,001

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Η πρόσθεση δεκαδικών αριθμών γίνεται όπως και στους φυσικούς αριθμούς. Προσέχουμε να τοποθετούμε τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο, έτσι ώστε **οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη** και **προσθέτουμε τα ψηφία της ίδιας τάξης.**

π.χ. 4,56 + 543,29 =

543,29
+ 4,56
547,85

Προσοχή:

1. Προσέχω το ακέραιο μέρος του ενός προσθετέου να είναι κάτω από το ακέραιο μέρος του δεύτερου προσθετέου και το δεκαδικό μέρος του πρώτου κάτω από το δεκαδικό μέρος του δεύτερου.
2. Όταν λείπει κάποιο ψηφίο, το αντικαθιστώ με μηδέν, χωρίς να αλλάξει η αξία του αριθμού. *π.χ.*

5,46 + 0,1 *0,1 = 0,10*

5,46
+ 0,10
5,56

3. Η αλλαγή της σειράς των προσθετέων δε μεταβάλλει το άθροισμα.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Η αφαίρεση δεκαδικών αριθμών γίνεται όπως και στους φυσικούς αριθμούς. Προσέχουμε να τοποθετούμε τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο, έτσι ώστε **οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη** και **αφαιρούμε τα ψηφία της ίδιας τάξης.**

π.χ. 45,876 – 2,543 =

45,876
- 2,543
43,333
8,75 – 0,215 =

Προσοχή:

1. Προσέχω το ακέραιο μέρος του αφαιρετέου να είναι κάτω από το ακέραιο μέρος του μειωτέου και το δεκαδικό μέρος του αφαιρετέου κάτω από το δεκαδικό μέρος του μειωτέου.
2. Όταν λείπει κάποιο ψηφίο το αντικαθιστώ με το μηδέν, χωρίς να αλλάξει η αξία του αριθμού. *π.χ.*

8,75 – 0,215 *8,75 = 8,750*

8,750
- 0,215
8,535

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Εκτελώ τις πράξεις:

α. 3,5 + 214 + 0,525 + 18,43

β. 12,075 + 1,5 + 0,6125 + 8

γ. 18,75 μ. – 12,60 μ.

δ. 375,5 τον. – 75,5 τον.

ε. 8,50 τ.μ. – 4,25 τ.μ.

στ. 18,500 στρέμ. – 4,500 στρέμ.

2. Συμπληρώνω τον πίνακα:

μειωτέος	20,123	9,35	
αφαιρετέος	5,88		3,98
διαφορά		0,8976	25,097

3. Λύνω τα προβλήματα όπως έχουμε μάθει (με: οργάνωση δεδομένων, εκτίμηση, λύση, επαλήθευση και απάντηση):

α. Το φορτηγό μεταφέρει 2,750 κ.μ. ξυλεία από καρυδιά, 3 κ.μ. ξυλεία από καστανιά και 0,250 κ.μ. ξυλεία από βελανιδιά. Πόσα κ.μ. ξυλεία μεταφέρει συνολικά;

β. Το κόστος ενός προϊόντος είναι 750 €, το κέρδος του εμπόρου 122,50 € και ο Φ.Π.Α. 157,05 €. Πόσο θα αγοράσει το προϊόν ο καταναλωτής;

γ. Ο αρτοποιός της γειτονιάς έχει τριών ειδών αλεύρι: από σιτάρι 650,750 κιλά, από καλαμπόκι 250,500 κιλά, από σίκαλη 350,250 κιλά. Φτιάχνει ψωμί από σιτάρι και καλαμπόκι ή από σιτάρι και σίκαλη. Πόσα κιλά αλεύρι θα χρησιμοποιήσει σε κάθε περίπτωση;

δ. Την ώρα που στη Θεσσαλονίκη η θερμοκρασία ήταν 15,7 ^{o} C, στην Αθήνα ήταν 18,8 ^{o} C. Ποια ήταν την ώρα αυτή η διαφορά θερμοκρασίας στις δύο πόλεις;

ε. Το μεικτό βάρος του δοχείου είναι 2 κιλά. Το απόβαρο είναι 450 γραμ. Πόσο είναι το βάρος του περιεχομένου;

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ο πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών γίνεται όπως και ο πολλαπλασιασμός των φυσικών αριθμών. **Τοποθετούμε στο γινόμενο την υποδιαστολή τόσες θέσεις από τα δεξιά προς τα αριστερά όσα είναι συνολικά τα ψηφία στα δεκαδικά μέρη των παραγόντων.**

π.χ. 2,55 x 4,22

παράγοντας	2,55	
	x 4,22	
	510	(δύο δεκαδικά ψηφία)
	510	(δύο δεκαδικά ψηφία)
	+ 1020	
γινόμενο	10,7610	(τέσσερα δεκαδικά ψηφία)

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ (1)

1. Ξαναθυμάμαι:

- Όταν σε μία διαίρεση το υπόλοιπο είναι 0, η διαίρεση ονομάζεται **τέλεια**. Αν το υπόλοιπο δεν είναι 0, η διαίρεση ονομάζεται **ατελής**.
- Σε κάθε διαίρεση ισχύει ότι **ο διαιρετέος είναι ίσος με το γινόμενο του διαιρέτη επί το πηλίκο συν το υπόλοιπο**, όταν υπάρχει: (Δ = δ x π + υ), π.χ. 260 = 52 x 5

ιρετέος	260	5	διαιρέτης
	-25	52	πηλίκο
	010		
	-10		
υπόλοιπο	00		

- **Η τέλεια διαίρεση είναι πράξη αντίστροφη του πολλαπλασιασμού**, *π.χ. 20x4=80, 80:4=20.* Άρα η επαλήθευση στη διαίρεση γίνεται με την αντίστροφη πράξη, τον πολλαπλασιασμό.
- Κάθε αριθμός, αν διαιρεθεί με το 1, δίνει πηλίκο τον εαυτό του*, π.χ. 5:1=5.*
- Κάθε αριθμός, αν διαιρεθεί με τον εαυτό του, δίνει πηλίκο το 1, *π.χ.8:8=1.*
- Το 0 με όποιον αριθμό κι αν διαιρεθεί, δίνει πηλίκο 0, *π.χ. 0:8=0.*
- Η διαίρεση ενός αριθμού με το 0 είναι «**αδύνατη**».

2. Μαθαίνω:

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ ΜΕ ΠΗΛΙΚΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ
(ή: ΠΩΣ ΣΥΝΕΧΙΖΟΥΜΕ ΜΙΑ ΑΤΕΛΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ)

Επειδή κάθε ακέραιος αριθμός μπορεί να γραφτεί ως δεκαδικός με δεκαδικό μέρος μηδέν *(π.χ. 8 = 8,0 ή 8,00 ή 8,000 κτλ.)*, η διαίρεση ακεραίου αριθμού με ακέραιο μπορεί να συνεχιστεί μέχρι να βρεθεί πηλίκο δεκαδικός αριθμός (εφόσον αυτό είναι δυνατόν).

Επομένως, για να υπολογίσουμε με ακρίβεια το πηλίκο μιας διαίρεσης, αν αφήνει υπόλοιπο ακέραιες μονάδες, βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο, προσθέτουμε το ψηφίο 0 στο υπόλοιπο, μετατρέποντάς το σε δέκατα και συνεχίζουμε τη διαίρεση. Αν αφήνει υπόλοιπο δέκατα, προσθέτουμε πάλι μηδέν (0) στο υπόλοιπο, μετατρέποντάς το σε εκατοστά και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

π.χ. Τέσσερα παιδιά θα μοιραστούν 5μ. σκοινί. Πόσα μέτρα θα πάρει το καθένα;

5	*4*
- 4	*1,25*
10	
- 8	
20	
- 20	
0	

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Υπολογίζω τα παρακάτω πηλίκα:

α. **61 | 5** **β.** **251 | 5** **γ.** **5 | 4** **δ.** **159 | 8**

ε. 67 | 5 στ. 40.337 | 38 ζ. 441 | 18 η. 890 | 16

2. Βρίσκω το λάθος και κάνω την πράξη σωστά:

α.

185	4
- 16	46,22
025	
- 24	
0010	
8	
- 8	
0	

185 | 4

β.

605	8
- 54	98,1025
065	
- 064	
010	
20	
- 16	
40	
- 40	
00	

605 | 8

3. Λύνω τα προβλήματα όπως γνωρίζω:

α. Η κ. Ελευθερία αγόρασε 6 καρέκλες και πλήρωσε 165 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε η μία καρέκλα;

β. Η Μυρτώ αγόρασε από το κυλικείο του σχολείου 5 χυμούς για να κεράσει τις φίλες της και πλήρωσε 9 ευρώ (€). Πόσα € κόστιζε ο ένας χυμός;

γ. Ένας συλλέκτης ψηφιακών δίσκων πλήρωσε σε ένα κατάστημα 243 ευρώ (€). Πόσο κοστίζει ο ένας ψηφιακός δίσκος;

δ. Το Φιλόπτωχο Ταμείο της ενορίας μας μοίρασε 54 κιλά αλεύρι σε 50 άπορους συμπολίτες μας. Πόσα κιλά αλεύρι πήρε ο καθένας;

ε. Με τους αριθμούς 13.950 και 250 γράφω ένα πρόβλημα διαίρεσης και το λύνω όπως έχουμε μάθει.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. α. Πού πρέπει να βάλω υποδιαστολή ώστε σ’ όλους τους αριθμούς το ψηφίο 6 να δηλώνει εκατοστά; (Προσθέτω ό,τι χρειάζεται!)

126 46 13860 5416 667

β. Πού πρέπει να βάλω υποδιαστολή, ώστε σ’ όλους τους αριθμούς το ψηφίο 1 να δηλώνει χιλιοστά; (Προσθέτω ό,τι χρειάζεται!)

611 9871 61 2134

2. Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο αριθμό που φανερώνει:

α. δέκατα

……	1,9	……
……	5,9	……
……	19	……
……	0,4	……

β. εκατοστά

……	1,99	……
……	3,90	……
……	8	……
……	4,09	……

γ. χιλιοστά

……	4,199	……
……	1,009	……
……	3,999	……
……	9	……

3. Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών και λύνω τα προβλήματα:

α. Ο κύριος Αχιλλέας αγόρασε 120 κόμικς προς 0,85 € το ένα. Στη συνέχεια τα πούλησε προς 1,2 € το ένα. Πόσα χρήματα κέρδισε;

β. Ένα κατάστημα αγοράζει ένα πιάνο προς 780,5 € και το πουλάει 1.000 €. Πόσα χρήματα θα κερδίσει, αν πουλήσει 20 τέτοια πιάνα;

γ. Σε ένα φορτηγό που μεταφέρει ρακέτες για το τένις υπάρχουν 100 κιβώτια των 12,5 κιλών το καθένα και 100 κιβώτια των 8,5 κιλών το καθένα. Πόσα κιλά είναι το συνολικό φορτίο του φορτηγού;

δ. Η αδελφή της Νίκης αγόρασε μια κάρτα για το κινητό της αξίας 15 €. Ξόδεψε για ένα τηλεφώνημα στη φίλη της την Άννα 3,45 € και για ένα τηλεφώνημα στο σπίτι της 2,25, €. Αν κάθε λεπτό ομιλίας χρεώνεται με 0,3 €, πόσα λεπτά ομιλίας έχει ακόμα η κάρτα;

ε. Ένα κατάστημα αποφάσισε να στρογγυλοποιήσει τις τιμές των παρακάτω προϊόντων στα δέκατα.

Προϊόν	Αρχική τιμή	Στρογγυλοποίηση
α΄	15,97 €	
β΄	4,64 €	
γ΄	17,84 €	
δ΄	19,82 €	
ε΄	6,71 €	

i) Συμπληρώνω τον πίνακα κάνοντας σωστά τις στρογγυλοποιήσεις. ii) Η κυρία Ελίνα θέλει να αγοράσει 3 τεμάχια από το προϊόν α΄, 2 τεμάχια από το προϊόν γ΄ και 1 τεμάχιο από το προϊόν δ΄. Τη συμφέρει να τα αγοράσει πριν ή μετά της στρογγυλοποίηση; Ποια είναι η διαφορά;

στ. Ο Θοδωρής έδωσε στο βιβλιοπωλείο 4,50 € + 3,80€ + 3,50€. Στο φούρνο έδωσε 1,50€+2,80€. Τέλος στο περίπτερο έδωσε 1,10€+0,60€. i. Στρογγυλοποιώ στις μονάδες και υπολογίζω πόσα χρήματα περίπου πλήρωσε. ii. Υπολογίζω με ακρίβεια πόσα χρήματα ακριβώς πλήρωσε.

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ ΚΑΙ ΠΗΛΙΚΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ (β)

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών και υπολογίζω τα παρακάτω πηλίκα:

9:5	14 : 8	185:4	165:6	
200:16	198:12	1.434:16	721:28	1.456:32
32.456:40	7.358:80	37.845:62	156.234:121	

3. Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών και λύνω τα προβλήματα όπως γνωρίζω:

α. Χρειάστηκα 8 μέτρα ύφασμα για 5 παιδικές φούστες . Πόσα μέτρα ύφασμα θα χρειαστώ για 1 φούστα ;

β. Πέντε από τους περσινούς μου μαθητές κέρδισαν λέγοντας τα κάλαντα 261 €. Πόσα € θα πάρει ο καθένας, όταν μοιράσουν τα κέρδη τους;

γ. Το 2008 το συνολικό ετήσιο ποσό της ενοίκιασης ενός καταστήματος φωτογραφικών ειδών ήταν 7.566€. Πόσα χρήματα ήταν το μηνιαίο ενοίκιο του καταστήματος;

δ. Ένα κιβώτιο με σχολικές τσάντες ζυγίζει 69,350 κιλά και είναι 19 φορές βαρύτερο από ένα άλλο μικρότερο κιβώτιο. Πόσα κιλά ζυγίζει το δεύτερο κιβώτιο;

ε. Σε μία βιοτεχνία με ημερολόγια του έτους 2011 σελιδοποιήθηκαν 141.450 ημερολόγια, που τοποθετήθηκαν σε 139 όμοιες συσκευασίες. Ποια ήταν η χωρητικότητα κάθε συσκευασίας;

στ. Οι εισπράξεις ενός κινηματογράφου στο κέντρο της Αθήνας το Σαββατοκύριακο ήταν 3.087 €. Πόσο κόστιζε το εισιτήριο, αν προσήλθαν στον κινηματογράφο 420 θεατές;

ζ. Ένα κεντρικό βιβλιοπωλείο πούλησε το 2010 ένα φωτογραφικό λεύκωμα σε 2.820 πελάτες του και εισέπραξε 129.015€. Πόσο κόστιζε το ένα φωτογραφικό λεύκωμα;

η. Σε ένα βεστιάριο πρόκειται να ράψουν αποκριάτικες στολές. Μπορούν να ράβουν 125 στολές με 425 μέτρα ύφασμα. Πόσα μέτρα χρειάζονται για κάθε στολή;

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ (2)

β. ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ, ΟΤΑΝ Ο ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΠΟ ΤΟ ΔΙΑΙΡΕΤΕΟ

Αν ο διαιρέτης δε χωράει στο διαιρετέο, βάζουμε μηδέν (0) στο πηλίκο και υποδιαστολή, μετατρέπουμε το διαιρετέο σε δέκατα (προσθέτοντας το ψηφίο 0) και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

π.χ.

```
  40 | 5
- 40 | 0,8
   0 |
```

γ. **ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ**

Για να διαιρέσουμε δεκαδικό αριθμό με ακέραιο, κάνουμε τη διαίρεση σαν να ήταν και ο διαιρετέος και ο διαιρέτης ακέραιοι αριθμοί και όταν τελειώσει το ακέραιο μέρος του διαιρετέου, βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

π.χ. Έχω 2,4 μ. κορδέλα και θέλω να τη μοιράσω σε 2 παιδιά. Πόση κορδέλα θα πάρει το καθένα;

```
  2,4 | 2
- 2   | 1,2
  0 4 |
-   4 |
    0 |
```

Αν τυχόν μείνει υπόλοιπο στο ακέραιο μέρος, κατεβάζουμε το επόμενο δεκαδικό ψηφίο, ενώ αν μείνει υπόλοιπο στο δεκαδικό μέρος, προσθέτουμε όσα μηδενικά θέλουμε στο τέλος του διαιρετέου και συνεχίζουμε την πράξη.

π.χ. Έχω 3,5 μ. κορδέλα και θέλω να τη μοιράσω σε 2 παιδιά. Πόση κορδέλα θα πάρει το καθένα;

```
   3,5 | 2
 - 2   | 1,75
   15  |
 - 14  |
    10 |
  - 10 |
     0 |
```

Όταν ο διαιρέτης δε χωράει στο ακέραιο μέρος του διαιρετέου, βάζουμε μηδέν (0) στο πηλίκο και υποδιαστολή. Κατόπιν χωρίζουμε ένα δεκαδικό ψηφίο στο διαιρετέο και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

π.χ. Έχω 1,5 μ. κορδέλα και θέλω να τη μοιράσω σε 2 παιδιά. Πόση κορδέλα θα πάρει το καθένα;

```
  1,5 | 2
      |
```

-14　　*0,75*

10

- 10

0

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ ΔΙΑΙΡΕΤΗ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΤΟΥ ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ)

1. Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών και εκτελώ τις διαιρέσεις:

α. 4:5	3:8	1:125	3:4	9:20	12:40	16:50
β. 1,68:3	5,4:20	3,5:4	158,7:23	345,6:18	1.985,5:44	

2. Λύνω τα προβλήματα:

α. Η Κωνσταντίνα αγόρασε 4 λουκουμάδες και πλήρωσε 3 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε ο ένας λουκουμάς;

β. Πόσο ζυγίζει το ένα πακέτο βούτυρο, αν τα 1.000 πακέτα ζυγίζουν 250 κιλά;

γ. Ένα σχολείο αγόρασε 1.000 μέτρα κουρτίνα και πλήρωσε 1.468 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε το 1 μέτρο;

δ. Ένας βιβλιοπώλης αγόρασε 200 μέτρα χαρτί περιτυλίγματος και πλήρωσε 52 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε το ένα μέτρο;

ε. Με το ποδήλατό του ο Λευτέρης διάνυσε μια απόσταση 9,45 χιλιομέτρων σε δύο ώρες προχωρώντας με σταθερό ρυθμό. Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε τη μία ώρα;

στ. Ο Αντώνης αγόρασε 6 κηρομπογιές από το βιβλιοπωλείο της γειτονιάς του και ε΄δωσε 2,7 ευρώ. Πόσο κοστίζει η μία κηρομπογιά;

ζ. Στη Βιολογική Λαϊκή του Σαββάτου η κυρία Βασιλική πούλησε 50 κιλά μπρόκολο και εισέπραξε 67,5 ευρώ. Ποια ήταν η τιμή πώλησης του ενός κιλού;

Ένα βιβλιοπωλείο πουλάει 9 ευρώ τα 12 τετράδια. Ένα άλλο πουλάει 4 ευρώ τα 5 τετράδια. Ποιο βιβλιοπωλείο πουλάει φθηνότερα το ένα τετράδιο;

στ. Ένα κατάστημα προσφέρει το ίδιο απορρυπαντικό σε δύο συσκευασίες Η μπλε, που κοστίζει 11,50 ευρώ, έχει μάζα 2 κιλά και πράσινη που είναι πεντάκιλη έχει κόστος 26,25 ευρώ. Ποια συσκευασία από τις δύο είναι η φθηνότερη;

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ (3)

δ. ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ

Για να κάνουμε διαίρεση μεταξύ δύο δεκαδικών αριθμών **πρέπει ο διαιρέτης να γίνει ακέραιος αριθμός**. Γι' αυτό **πολλαπλασιάζουμε το διαιρετέο <u>και</u> το διαιρέτη** με το 10, 100, 1000 κ.λ.π. **μέχρι ο διαιρέτης να γίνει ακέραιος αριθμός**.

Για παράδειγμα, στη διαίρεση «225,5 : 0,5 = x;» ο διαιρέτης έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, άρα πολλαπλασιάζουμε και το διαιρέτη και το διαιρετέο με το 10. Έτσι η διαίρεση μετατρέπεται σε 2.255 : 5 = 451. Στη διαίρεση «450 : 0,005 = x;» ο διαιρέτης έχει τρία δεκαδικά ψηφία, άρα πολλαπλασιάζ ουμε και το διαιρέτη και το διαιρετέο με το 1.000. Έτσι η διαίρεση μετατρέπεται σε: 450.000 : 5 = 90.000.

ε. ΓΡΗΓΟΡΕΣ ΔΙΑΙΡΕΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟ 10, ΤΟ 100 ΚΑΙ ΤΟ 1.000

Για να διαιρέσουμε σύντομα ένα δεκαδικό αριθμό με το 10 ή το 100 ή το 1.000 κτλ. **μεταφέρουμε αντίστοιχα την υποδιαστολή του δεκαδικού μία ή δύο ή τρεις κτλ. θέσεις προς τα αριστερά**. Αν λείπουν ψηφία, συμπληρώνουμε τις θέσεις των ψηφίων που λείπουν με μηδενικά.

Για παράδειγμα,	*8.987,2:10= 989,72*	*9.897,2:100=98,972*	*9.897,2:1.000=9,8972*
και	*4,5:10=0,45*	*4,5:100=0,045*	*4,5:1.000=0,0045*

<u>Εμπεδωτικές ασκήσεις και προβλήματα:</u>

1. *Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών κι εκτελώ κάθετα τις διαιρέσεις:*

   18,75:1,5   42,5:0,125   32,625:0,15   2,75:0,005   45,6:0,03

2. *Υπολογίζω σύντομα τα πηλίκα:*

4:10=	*8:10=*	*5:1.000=*	*49:10=*
34:1.000=	*67:100=*	*453:1.000=*	*787:100=*

3. *Αν ένα κιλό κομφετί κοστίζει 5,5 ευρώ, πόσο κοστίζουν τα 10 γραμμάρια, τα 100 γραμμάρια, τα 10 κιλά και ο 1 τόνος;*

4. *Αν το 1 κιλό ψάρι κοστίζει 15 ευρώ, πόσο κοστίζουν τα 100 γραμμάρια και τα 1.100 γραμμάρια;*

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ

Για να διαιρέσω δεκαδικό αριθμό με ακέραιο, κάνω κανονικά τη διαίρεση **και όταν φτάσω στην υποδιαστολή συνεχίζω κανονικά τη διαίρεση βάζοντας την υποδιαστολή της διαίρεσής μου.**

π.χ. 225,5 : 5

225,5	5
-20	45,1
025	
- 25	
005	
- 5	
0	

Όταν φτάσω στην υποδιαστολή, πριν κατεβάσω το ψηφίο πίσω από αυτή (5), μετακινώ την υποδιαστολή στο πηλίκο της διαίρεσής μου.

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟ

Για να κάνω διαίρεση μεταξύ δύο δεκαδικών αριθμών πρέπει ο διαιρέτης μου να γίνει ακέραιος αριθμός. Γι’ αυτό πολλαπλασιάζω το Διαιρετέο και το Διαιρέτη με το 10, 100, 1000 κ.λ.π. μέχρι ο Διαιρέτης μου να γίνει ακέραιος αριθμός.

π.χ. 225,5 : 0,5 =

Ο Διαιρέτης μου έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, άρα πολλαπλασιάζω και τους δύο με το 10, έτσι η διαίρεσή μου μετατρέπεται σε 2.255 : 5 = 451

π.χ. 450 : 0,005 =

Ο Διαιρέτης μου έχει τρία δεκαδικά ψηφία, άρα πολλαπλασιάζω και τους δύο με το 1000, έτσι η διαίρεσή μου μετατρέπεται σε: 450.000 : 5 = 90.000

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Υπολογίζω τα παρακάτω πηλίκα:

α. 61 | 5 **β.** 251 | 5 **γ.** 5 | 4 **δ.** 159 | 8

ε. 67 | 5 στ. 40.337 | 38 ζ. 441 | 18 η. 890 | 16

2. Βρίσκω το λάθος και κάνω την πράξη σωστά:

α.	**185**	**4**	**185**	**4**
	- 16	**46,22**		
	025			
	- 24			
	0010			
	8			
	- 8			
	0			

β.	**605**	**8**	**605**	**8**
	- 54	**98,1025**		
	065			
	- 064			
	010			
	20			
	- 16			
	40			
	- 40			
	00			

3. Η κ. Αγαθή αγόρασε 6 καρέκλες και πλήρωσε 165 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε η μία καρέκλα;

4. Η Νεκταρία αγόρασε 4 λουκουμάδες και πλήρωσε 3 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε ο ένας λουκουμάς;

5. Πόσο ζυγίζει το ένα πακέτο βούτυρο, αν τα 1.000 πακέτα ζυγίζουν 250 κιλά;

6. Ένα σχολείο αγόρασε 1.000 μέτρα κουρτίνα και πλήρωσε 1.468 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε το 1 μέτρο;

7.Ένας ανθοπώλης αγόρασε 200 μέτρα χαρτί περιτυλίγματος και πλήρωσε 52 ευρώ (€). Πόσο κόστιζε το ένα μέτρο;

____

ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Γνωρίζουμε ήδη ότι η στρογγυλοποίηση των αριθμών μάς βοηθάει να εκτιμήσουμε γρήγορα ένα αποτέλεσμα. Η στρογγυλοποίηση μπορεί να γίνει **σε οποιοδήποτε ψηφίο του αριθμού** (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, δέκατα, εκατοστά, χιλιοστά κτλ.)

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα δεκαδικό αριθμό πρέπει να γνωρίζουμε τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.

1. Υπογραμμίζουμε το ψηφίο στο οποίο θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.

2. Ελέγχουμε το ψηφίο που βρίσκεται δεξιά από αυτό που σημειώσαμε.

α΄ περίπτωση: Αν αυτό είναι 0, 1, 2, 3 και 4 (δηλαδή αριθμός μικρότερος από το 5), τότε το ψηφίο στο οποίο θέλουμε να κάνουμε τη στρογγυλοποίηση παραμένει όπως είναι, ενώ τα υπόλοιπα ψηφία που ακολουθούν μηδενίζονται.

π.χ. α) Αν θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 5,123 στα δέκατα, το ψηφίο στο οποίο θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση είναι το 1, το οποίο υπογραμμίζουμε. Το ψηφίο που ακολουθεί είναι το 2. Άρα το 1 παραμένει όπως έχει και μηδενίζουμε όσα ψηφία βρίσκονται δεξιά του. Έτσι ο αριθμός γίνεται: 5,123 → 5,100 = 5,1

π.χ. β) Αν θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 5,123 στα εκατοστά, το ψηφίο στο οποίο θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση είναι το 2, το οποίο υπογραμμίζουμε. Το ψηφίο που ακολουθεί είναι το 3. Άρα το 2 παραμένει όπως έχει και μηδενίζουμε όσα ψηφία βρίσκονται δεξιά του. Έτσι ο αριθμός γίνεται: 5,123 → 5,120 = 5,12

β΄ περίπτωση: Αν το νούμερο που βρίσκεται δεξιά από αυτό στο οποίο θέλουμε να κάνουμε τη στρογγυλοποίηση είναι 5, 6, 7, 8 και 9, τότε αυξάνουμε κατά μία μονάδα το ψηφίο στο οποίο θέλουμε να κάνουμε τη στρογγυλοποίηση και που έχουμε υπογραμμίσει ενώ τα υπόλοιπα ψηφία που ακολουθούν μηδενίζονται.

π.χ. Αν θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 5,567 στα δέκατα, υπογραμμίζουμε το 5, γιατί σε αυτό το ψηφίο θέλουμε να κάνουμε τη στρογγυλοποίηση. Το ψηφίο που ακολουθεί είναι το 6 και μηδενίζουμε όσα ψηφία βρίσκονται δεξιά του. Ο αριθμός γίνεται: 5,567 → 5,600 = 5,6

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Στρογγυλοποιώ τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς στο ψηφίο των…

Δεκάτων	***Εκατοστών***
67,590 → ……..	0,961 → ……..
3,143 → ……..	356,046 → ……..
84,76 → ……..	333,021 → ……..

2. Οι αριθμοί στη β΄ στήλη προέκυψαν από τη στρογγυλοποίηση των αριθμών της α΄ στήλης. Σε ποιο ψηφίο έγινε η στρογγυλοποίηση σε κάθε περίπτωση;

Α΄ στήλη	Β΄ στήλη	Η στρογγυλοποίηση έγινε στα…
48,56	48,6	
34,89	34,9	
6,009	6,01	
8,50067	5,9062	
31,7463	31,746	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
2η ΕΝΟΤΗΤΑ

ΟΛΙΓΟΛΕΠΤΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

1. Υπολογίζω με σύντομο τρόπο τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις :

Αριθμός	Χ 10	Χ 100	Χ 1000
0,148			
35,56			

Αριθμός	: 10	: 100	: 1000
75,89			
854,1			

2. Στρογγυλοποιώ τους παρακάτω αριθμούς:

Αριθμός	Στις μονάδες	Στα δέκατα	Στα εκατοστά	Στα χιλιοστά
28,967				
99,999				

3. Λύνω κάθετα τις πράξεις: α. 589 + 4,24= β. 895 – 23,69 = γ. 0,91 x 24,6 =
δ. 2,45:35 = ε. 264,6:72=

4. Λύνω τα προβλήματα:

α. Η Μαρία είχε στον κουμπαρά της 15,06 ευρώ τα οποία μοίρασε στα τρία μικρότερα αδέρφια της. Πόσα ευρώ έδωσε σε κάθε αδερφάκι της;

β. Οι μαθητές της Πέμπτης τάξης πήγαν στο βιβλιοπωλείο κι αγόρασαν 6 κουτιά με χριστουγεννιάτικα στολίδια για τα οποία έδωσαν 5,22 ευρώ. Θυμήθηκαν όμως ότι το 2009 είχαν αγοράσει την ίδια ποσότητα από στολίδια και είχαν πληρώσει 4,14 ευρώ. Πόσο αυξήθηκε η τιμή του ενός κουτιού;

2η ΕΝΟΤΗΤΑ: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Αντιγράφω στο τετράδιο Μαθηματικών κι εκτελώ τις πράξεις:

4,35 + 135,280 + 6.580 + 0,9 =	0,597 :3 =	6,5 X 0,8 =	325,74 X 7,85 =
1.278,06 - 386,487 =	128 - 9,399 =	354,6 - 89,968 =	3,625 : 25 =
0,02 + 4 + 8,397 + 1.285,6 =	7,2 : 24 =	0,08 : 0,02 =	0,75 : 0,05 =
5,26 : 3,6 =	1,482 : 0,24 =	37,2 : 0,012 =	3,045 : 0,03 =

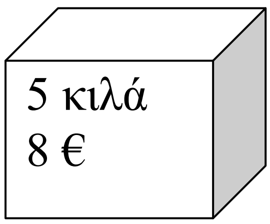
2. Ο Στέλιος αγόρασε 3 καλούπια με χριστουγεννιάτικα σχέδια. Το ένα κόστιζε 0,56 €. Αν πλήρωσε με ένα χαρτονόμισμα των 5 €, πόσα ρέστα πρέπει να πάρει;

3. Αν το ένα κιβώτιο με δαχτυλομπογιές έχει 10 μπουκάλια και κοστίζει 8,5 €, πόσα κιβώτια μπορώ να αγοράσω με 100 €; Πόσα ρέστα θα πάρω;

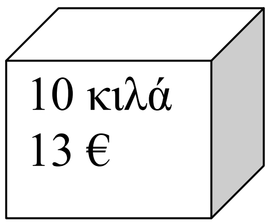
4. Ένας ζαχαροπλάστης κερδίζει 0,18 € για κάθε κιλό κουραμπιέδες που πουλάει. Πούλησε 600 κιλά κουραμπιέδες και με τα χρήματα που κέρδισε αγόρασε 20 κιλά βούτυρο. Πόσο κόστιζε κάθε κιλό βούτυρο;

5. Ποια συσκευασία με ψεύτικο χιόνι είναι πιο ακριβή; Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

1η συσκευασία



2η συσκευασία



6. Σε ένα οικόπεδο έκτασης 358,4 τετραγωνικών μέτρων, χτίστηκε ένα κατάστημα παιχνιδιών που κάλυψε 286,72 τετραγωνικά μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα ήταν ο ακάλυπτος χώρος;

7. Για μια στολή του Άγιου Βασίλη χρειάζονται 2,2 μέτρα ύφασμα. Μια βιοτεχνία αγόρασε 994,4 μέτρα ύφασμα. Πόσες ίδιες στολές θα φτιάξει;

8. Μια βιοτεχνία συσκεύασε 1935,5 κιλά χάντρες με χρυσόσκονη σε κουτιά των 24,5 κιλών το καθένα. Πόσα κουτιά χρειάστηκε;

ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ

<u>Α) Μαθαίνω:</u>

Πολύ συχνά χρειάζεται να περιγράψουμε ένα **πλήθος** δεδομένων **με μία μόνο τιμή**. Σε τέτοιες περιπτώσεις χρησιμοποιούμε το «μέσο όρο» (Μ.Ο.) (ή «μέση τιμή»). Ο μέσος όρος μας βοηθά στη σύγκριση, την εκτίμηση και την πρόβλεψη.

Για να βρούμε το μέσο όρο (Μ.Ο.) δύο ή περισσότερων αριθμών:

1. **Προσθέτουμε τους αριθμούς** αυτούς και
2. **Διαιρούμε το άθροισμά τους με τον αριθμό που δείχνει το πλήθος τους**.

Δηλαδή:

$$\textbf{Μ.Ο.} = \frac{\textbf{Άθροισμα αριθμών}}{\textbf{Πλήθος αριθμών}}$$

<u>Για παράδειγμα:</u>

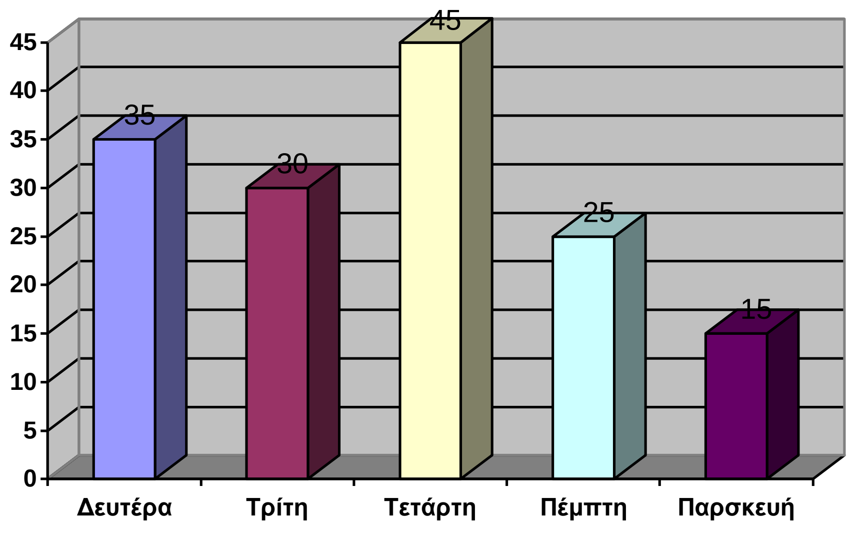
Ο παρακάτω πίνακας δείχνει πόσους φυσικούς χυμούς πούλησε το κυλικείο ενός σχολείου σε διάστημα μιας εβδομάδας.

Δευτέρα	*Τρίτη*	*Τετάρτη*	*Πέμπτη*	*Παρασκευή*
35	*30*	*45*	*25*	*15*

Θέλουμε να βρούμε το μέσο όρο (Μ.Ο.) των φυσικών χυμών που πούλησε τη μία μέρα. Εργαζόμαστε ως εξής:

$$Μ.Ο. = \frac{\text{Άθροισμα αριθμών}}{\text{Πλήθος αριθμών}} = \frac{35 + 30 + 45 + 25 + 15}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

Ο αριθμός 30 δείχνει «περιληπτικά» τις πωλήσεις χυμών την ημέρα.
Σημειώνω τις τιμές και στη συνέχεια το Μέσο Όρο στο ραβδόγραμμα:

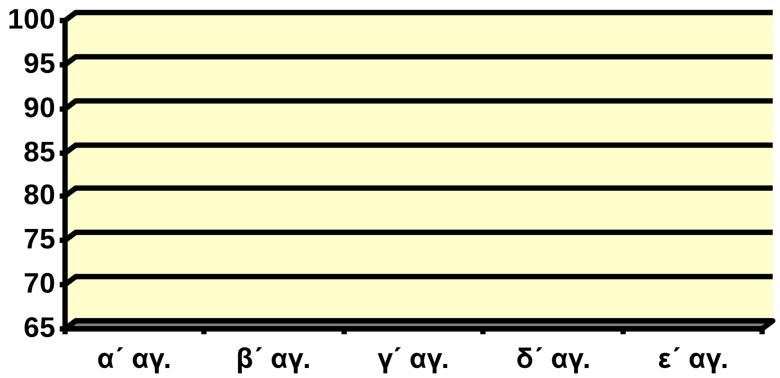


<u>Β) Εμπεδωτικές ασκήσεις:</u>

1. Μια ομάδα μπάσκετ σημείωσε στους πέντε πρώτους αγώνες που έδωσε τους παρακάτω πόντους:

α΄ αγώνας	β΄ αγώνας	γ΄ αγώνας	δ΄ αγώνας	ε΄ αγώνας
85	80	75	95	100

α) Σημειώνω τους πόντους που πέτυχε η ομάδα σε ραβδόγραμμα:

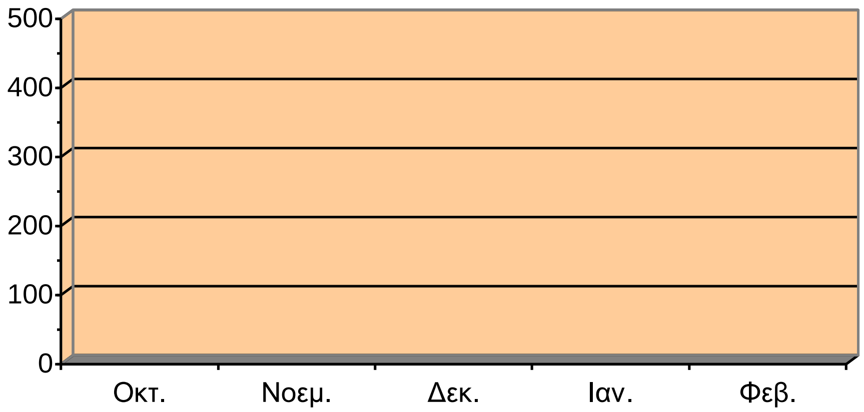


β) Πόσους πόντους κατά μέσο όρο πέτυχε η ομάδα σε κάθε αγώνα;

Λύση:
Απάντηση:

2. Τον Οκτώβριο επισκέφτηκαν το Αρχαιολογικό Μουσείο Αθηνών 250 μαθητές, τον Νοέμβριο 300 μαθητές, τον Δεκέμβριο 400 μαθητές και τον Φεβρουάριο 350 μαθητές. α.) Πόσοι μαθητές το μήνα, κατά μέσο όρο, επισκέφτηκαν το Μουσείο; β) Συμπληρώνω σωστά το ραβδόγραμμα:

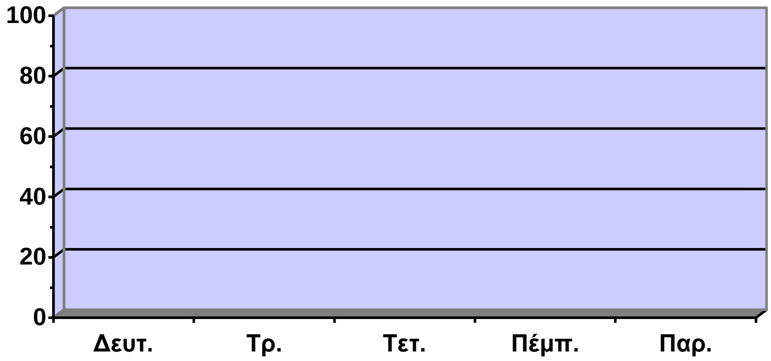
Λύση:
Απάντηση:



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ: (κατ' επιλογή)

1. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει πόσες τυρόπιτες πούλησε το κυλικείο ενός σχολείου τις πέντε εργάσιμες ημέρες μιας εβδομάδας. Βρίσκω το Μ. Ο. των τυροπιτών που πούλησε τη μία μέρα και τον παρουσιάζω στο ραβδόγραμμα:

Ημέρες	Τυρόπιτες
Δευτέρα	70
Τρίτη	60
Τετάρτη	90
Πέμπτη	50
Παρασκευή	30



Μ.Ο.: ……………………………………………………………………………………………

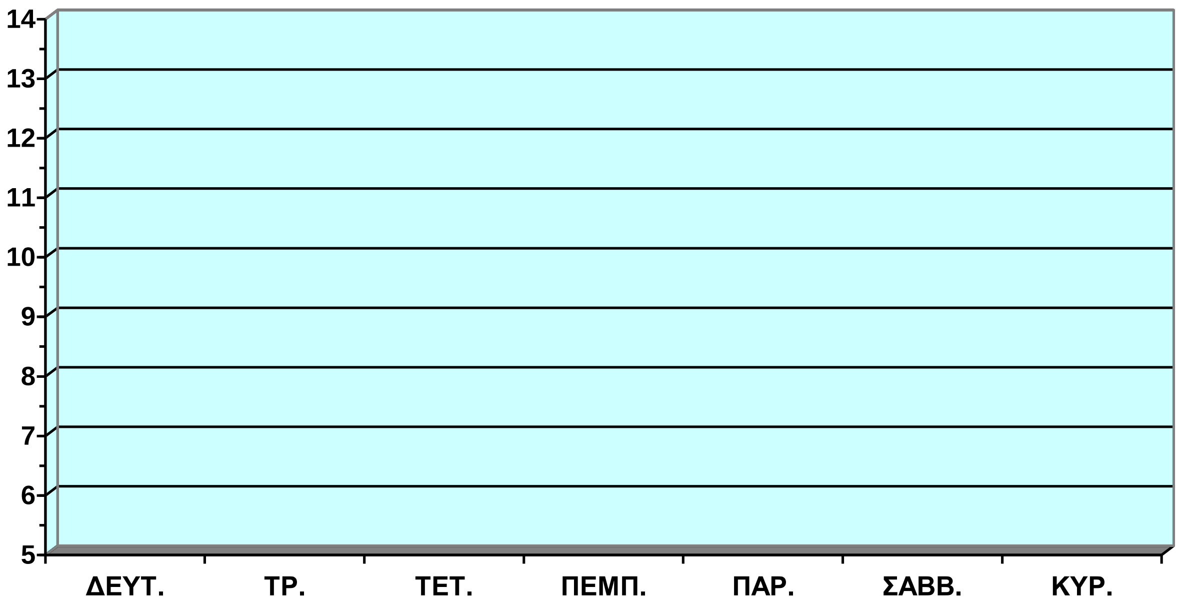
Απάντηση: ……………………………………………………………………………………

2. Μία ομάδα μπάσκετ έχει δώδεκα παίκτες. Οι δύο έχουν ανάστημα 2,14 μ., οι τρείς 2,09 μ., οι δύο 2,06 μ., οι τρεις 2,03 μ. και οι δύο 1,98 μ. Να βρεθεί η μέση τιμή του αναστήματος των παικτών.

3. Ο Χρήστος πήρε σε δύο μαθήματα 10, σε τρία πήρε 9, σε ένα πήρε 8, σε τρία πήρε 7 και σε δύο πήρε 6. Με τι βαθμό θα προβιβαστεί;

4. Η Μυρτώ κατέγραψε στον παρακάτω πίνακα τη θερμοκρασία της προηγούμενης βδομάδας. α.) Δείχνω με ραβδόγραμμα τα δεδομένα του πίνακα, β.) Βρίσκω το Μ. Ο. της θερμοκρασίας.

Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
9,5ο C	10,5ο C	11ο C	11,5ο C	12,5ο C	13,5ο C	12ο C



Ο κ. Αλέξανδρος και ο κ. Βάιος αγόρασαν δύο ίδια επαγγελματικής χρήσης αυτοκίνητα από διαφορετικές αντιπροσωπείες. Ο κ. Αλέξανδρος έδωσε 1.218 χαρτονομίσματα των 50 ευρώ ενώ ο κ. Βάιος πλήρωσε με 3.040 χαρτονομίσματα των 20 ευρώ. Ποιος αγόρασε φθηνότερα το αυτοκίνητό του;

Δύο δρομείς, η Ελίνα και η Μυρτώ, ξεκινούν ταυτόχρονα και τρέχουν μαζί σε ένα στάδιο. Η Ελίνα κάνει το γύρο του σταδίου σε 50 δευτερόλεπτα και η Μυρτώ σε 60 δευτερόλεπτα. Μετά από πόσους γύρους θα ξαναπεράσουν συγχρόνως από την αφετηρία;

Ένας βιβλιοπώλης, ο κ. Μάνος, εισέπραξε από πώληση βιβλίων 8.396 ευρώ και από τετράδια, μολύβια και άλλα είδη 3.460 ευρώ. Με τα χρήματα αυτά αγόρασε 12 σειρές μιας εγκυκλοπαίδειας. Πόσα ευρώ πλήρωσε για κάθε εγκυκλοπαίδεια;

Σε μια σχολική εκδρομή του 14ου Δημοτικού Σχολείου Ιλίου χρησιμοποιήθηκαν 8 λεωφορεία και πληρώθηκαν για το καθένα 282 ευρώ. Αν στην εκδρομή πήραν μέρος 376 μαθητές, πόσα ευρώ πλήρωσε ο καθένας;

Ένας ανθοπώλης, ο κ. Νίκος, έχει 15 τριαντάφυλλα, 20 χρυσάνθεμα, 5 ορχιδέες και 30 τουλίπες. Πόσες το πολύ ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει με αυτά; Πόσα τριαντάφυλλα, πόσα χρυσάνθεμα, πόσες ορχιδέες και πόσες τουλίπες θα βάλει στην κάθε ανθοδέσμη;

ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (1)

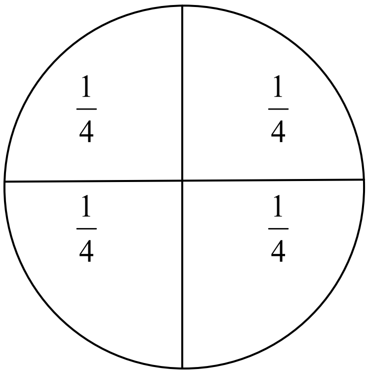
<u>Μαθαίνω:</u>

❖ Τι σημαίνει ο όρος «κλάσμα»;

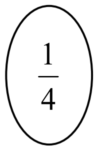
Η λέξη «κλάσμα» προέρχεται από το αρχαίο ρήμα «κλω», που σημαίνει «σπάζω, χωρίζω, κομματιάζω» και άρα σημαίνει «κομμάτι». Οι κλασματικοί αριθμοί λοιπόν δείχνουν μέρη, κομμάτια και όχι ολόκληρους, ακέραιους αριθμούς, για παράδειγμα $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{5}{8}$.

❖ Τι μπορεί να είναι μία ακέραιη μονάδα;

Μία ακέραιη μονάδα μπορεί να είναι:
α) είτε ένα αντικείμενο, για παράδειγμα ένα μολύβι, ένα βιβλίο,…
β) είτε ένα σύνολο από όμοια αντικείμενα, για παράδειγμα 22 μαθητές, 100 αυτοκόλλητα,…
γ) είτε ένα μέγεθος που θεωρήσαμε εμείς ως μία ακέραιη μονάδα, για παράδειγμα:



για παράδειγμα:



❖ Γιατί χρησιμοποιούμε τους κλασματικούς αριθμούς; Τι γνωρίζω για τους όρους του κλάσματος;

Πολλές φορές δε χρησιμοποιούμε ολόκληρη την ακέραιη μονάδα , αλλά μόνο ένα κομμάτι της. Σε αυτές τις περιπτώσεις δεν μπορούμε να εκφράσουμε αυτό το κομμάτι με έναν ακέραιο αριθμό. *Για παράδειγμα, αν μοιράσω ένα μήλο σε 4 άτομα , πόσο μήλο θα δώσω στον καθένα ;* Για αυτές τις περιπτώσεις έχουμε επινοήσει τους κλασματικούς αριθμούς. *Αν λοιπόν θελήσουμε να μοιράσουμε το μήλο του προηγούμενου παραδείγματος σε 4 άτομα, τότε θα κόψουμε το μήλο σε **<u>4 ίσα μέρη</u>** και θα δώσουμε από 1 κομμάτι στον καθένα.*

Ή αλλιώς λέμε ότι ο καθένας θα πάρει το $\frac{1}{4}$ *του μήλου.*

αριθμητής ---> 1 → κλασματική γραμμή
παρονομαστής --> 4

Ο παρονομαστής δείχνει σε πόσα ίσα μέρη είναι χωρισμένη η ακέραιη μονάδα ενώ ο αριθμητής δείχνει πόσα από τα ίσα μέρη στα οποία χωρίσαμε την ακέραιη μονάδα έχουμε πάρει. *Στο παραπάνω παράδειγμα, το μήλο έχει χωριστεί σε τέσσερα ίσα μέρη κι έχουμε πάρει ένα από αυτά τα τέσσερα ίσα μέρη.*

❖ Τι είναι η κλασματική μονάδα;

Η κλασματική μονάδα είναι το ένα από τα ίσα μέρη στα οποία χωρίσαμε την ακέραιη μονάδα, *για παράδειγμα:* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{1}{600}$,…

Ένα κλάσμα προέρχεται από την επανάληψη της ίδιας κλασματικής μονάδας. *Για παράδειγμα:*

$\frac{4}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ $\qquad$ $\frac{2}{100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100}$

❖ Πώς υπολογίζουμε την κλασματική μονάδα;

Για να υπολογίσουμε την κλασματική μονάδα ενός αριθμού διαιρούμε τον αριθμό αυτό με τον παρονομαστή.

Παραδείγματα:

α. Θέλουμε να μοιράσουμε ένα πορτοκάλι σε 4 παιδιά. Το καθαρίζουμε λοιπόν και βλέπουμε ότι αποτελείται από 12 φέτες . Αν είχε μόνο 4 φέτες δε θα υπήρχε πρόβλημα, γιατί ο καθένας θα έπαιρνε από 1 φέτα . Τι γίνεται όμως τώρα που έχει 12 φέτες ; Σκεφτόμαστε ως εξής για να λύσουμε το πρόβλημα:

Θέλουμε δηλαδή να βρούμε το $\frac{1}{4}$ *του 12. Γι'αυτό λέμε: 12 : 4 = 3. Δηλαδή διαιρέσαμε το 12 με τον παρονομαστή του κλάσματος, δηλαδή το 4. Άρα το κάθε παιδί θα πάρει από 3 φέτες.*

β. Πόσα γραμμάρια είναι το $\frac{1}{5}$ του κιλού; ____

γ. Πόσα λεπτά είναι το $\frac{1}{10}$ της ώρας; ____

δ. Πόσες ημέρες είναι το $\frac{1}{8}$ του χρόνου; ____

❖ **Πώς συγκρίνουμε τις κλασματικές μονάδες;**

Ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες κλασματικές μονάδες μεγαλύτερη είναι εκείνη που έχει το μικρότερο παρονομαστή.

Παραδείγματα:

α. $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{100}$ κτλ.

β. Αν κόψουμε μία πίτσα σε 4 κομμάτια και πάρουμε το 1 και κόψουμε την ίδια πίτσα σε 5 κομμάτια και πάρουμε το 1, πότε θα φάμε μεγαλύτερο κομμάτι ;

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5}$

Όπως φαίνεται, μεγαλύτερο είναι το $\frac{1}{4}$ *, γιατί χωρίσαμε σε λιγότερα κομμάτια την πίτσα.*

<u>ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

1. Γράφω τις κλασματικές μονάδες που δηλώνει το χρωματισμένο τμήμα κάθε σχήματος:

2. Χρωματίζω το $\frac{1}{2}$ *κάθε σχήματος:*

3. Τοποθετώ τις παρακάτω κλασματικές μονάδες αρχίζοντας από τη μεγαλύτερη:

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{7}$

4. Γράφω με κλασματική μονάδα:

α. Τι μέρος του έτους είναι:

Ο 1 μήνας:____________έτ.

Η 1 ημέρα: ___________έτ.

β. Τι μέρος της ώρας είναι:

Το 1 λεπτό: ______________ ώρ.

Το 1 δευτερόλεπτο: _________ώρ.

5. Ο Αντώνης έφαγε το $\frac{1}{4}$ της πίτσας και ο Μιχάλης το $\frac{1}{3}$ της ίδιας πίτσας. Ποιος έφαγε το μεγαλύτερο κομμάτι;

6. Η μητέρα του Λευτέρη είχε στο πορτοφόλι της το $\frac{1}{2}$ των 500 ευρώ. Ξόδεψε ακριβώς τα μισά. Τι μέρος των χρημάτων τής έμεινε;

7. Συμπληρώνω τις παρακάτω ισότητες, όπως στο παράδειγμα:

α. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 = \frac{3}{3}$	*β.* $\frac{1}{7} + \frac{}{} = 1 = \frac{}{}$
γ. $\frac{1}{12} + \frac{}{} = 1 = \frac{}{}$	*δ.* $\frac{1}{30} + \frac{}{} = 1 = \frac{}{}$

ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (2)

❖ Τι παριστάνει κάθε κλάσμα;

Κάθε κλάσμα παριστάνει μία διαίρεση του αριθμητή δια του παρονομαστή του. Δηλαδή:

$\dfrac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$ αριθμητής: παρονομαστής. *Για παράδειγμα:* $\dfrac{4}{6} = 4{:}6$

❖ Τι ονομάζεται κλασματικός αριθμός ή κλάσμα;

Κλασματικός αριθμός ή κλάσμα ονομάζεται κάθε αριθμός που προκύπτει με την επανάληψη μιας κλασματικής μονάδας.

Παραδείγματα:

α) το κλάσμα $\dfrac{5}{6}$ *έγινε από το* $\dfrac{1}{6}$*. Δηλαδή:* $\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

Το κλάσμα $\dfrac{5}{6}$ *δείχνει ότι χωρίσαμε την ακέραιη μονάδα μας (π.χ. μία σοκολάτα) σε 6 ίσα μέρη και πήραμε τα 5 από αυτά .*

β) Έστω ότι έχουμε 5 σοκολάτες και θέλουμε να τις μοιράσουμε δίκαια σε 8 παιδιά. Για να μοιράσουμε τις σοκολάτες, αντί να κάνουμε τη διαίρεση 5:8, που είναι ατελής, εκφράζουμε το ποσό με ένα κλάσμα, καθώς κάθε κλάσμα δηλώνει μία διαίρεση. Δηλαδή μπορούμε να χωρίσουμε κάθε σοκολάτα σε 8 ίσα μέρη και τότε κάθε παιδί θα πάρει : $\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{5}{8}$.

❖ Πώς υπολογίζουμε ολόκληρο το ποσό όταν γνωρίζουμε την κλασματική μονάδα του;

Όπως μάθαμε στον προηγούμενο μάθημα, για να υπολογίσουμε την κλασματική μονάδα ενός ποσού διαιρούμε το ποσό αυτό δια τον παρονομαστή. *Για παράδειγμα, αν θέλουμε να υπολογίσουμε το* $\dfrac{1}{10}$ *του 30 (δηλαδή τη δεκαδική κλασματική μονάδα), διαιρούμε το 30 δια το 10, δηλαδή: Το* $\dfrac{1}{10}$ *του 30 είναι 30:10=3.*

Για να υπολογίσουμε ολόκληρο το ποσό όταν γνωρίζουμε την κλασματική μονάδα του, πολλαπλασιάζουμε το ποσό αυτό επί τον παρονομαστή της κλασματικής μονάδας.

Για παράδειγμα: Αν το $\dfrac{1}{5}$ *ενός ποσού είναι 12, όλο το ποσό είναι 12x5=60.*

❖ Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα

- Για να υπολογίσουμε το $\frac{1}{10}$ ενός ποσού, δηλαδή τη δεκαδική κλασματική μονάδα, διαιρούμε το ποσό δια 10.
- Όταν γνωρίζουμε την κλασματική μονάδα ενός ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε ολόκληρο το ποσό, πολλαπλασιάζουμε επί 10.

Το $\frac{1}{10}$ του 30 → 30 : 10 = 3

Το $\frac{1}{10}$ του 450 → 450 : 10 = 45

Το $\frac{1}{10}$ ενός ποσού είναι 45.

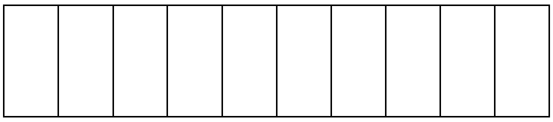
Όλο το ποσό είναι 45x10 = 450

Παραδείγματα:

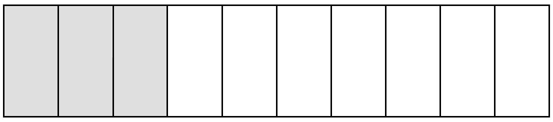
Στα παρακάτω σχήματα χρωματίζω:

Α	Τα $\frac{3}{10}$ του 30

- Σε πόσα μέρη πρέπει να χωρίσω την ακέραιη μονάδα;



- Πόσα από αυτά θα χρωματίσω;



- Σκέφτομαι: Το $\frac{1}{10}$ του 30 είναι

3

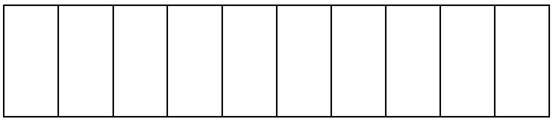
- Άρα τα $\frac{3}{10}$ του 30 είναι

● ● ● ● ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ● ● ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ● ● ● ○ ○ ○ ○ ○ ○

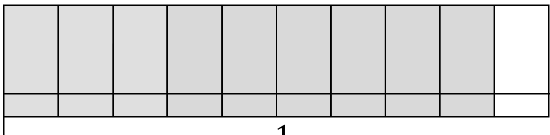
9

Β	Τα $\frac{9}{10}$ του 100

- Σε πόσα μέρη πρέπει να χωρίσω την ακέραιη μονάδα;



- Πόσα από αυτά θα χρωματίσω;



- Σκέφτομαι: Το $\frac{1}{100}$ του 100 είναι

1

Άρα τα $\frac{9}{10}$ του 100 είναι

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

90

❖ **Πότε χρησιμοποιούμε την αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα**;

● Όταν γνωρίζουμε όλο το ποσό και θέλουμε να βρούμε ένα κλασματικό μέρος του.

Για να βρούμε τα $\frac{3}{10}$ του 600:

Το $\frac{1}{10}$ του 600 → 600 : 10 = 60

Τα $\frac{3}{10}$ του 600 → 3 ▪ 60 = 180

● Όταν γνωρίζουμε το κλασματικό μέρος ενός ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε το αρχικό ποσό.

Γνωρίζουμε πως:

Τα $\frac{3}{10}$ ενός ποσού είναι 180:

Το $\frac{1}{10}$ του ποσού → 180 : 3 = 60

Τα $\frac{10}{10}$ του ποσού → 10 ▪ 60 = 600

● Όταν γνωρίζουμε το κλασματικό μέρος ενός ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα άλλο κλασματικό μέρος του ίδιου ποσού.

Γνωρίζουμε πως:

Τα $\frac{3}{10}$ ενός ποσού είναι 180:

Το $\frac{1}{10}$ του ποσού → 180 : 3 = 60

Τα $\frac{5}{10}$ του ποσού → 5 ▪ 60 = 300

❖ **Πώς υπολογίζουμε το κλασματικό μέρος ενός αριθμού; (αναγωγή στην κλασματική μονάδα)**

Για να υπολογίσουμε το κλασματικό μέρος ενός αριθμού διαιρούμε τον αριθμό αυτό με τον παρονομαστή του κλάσματος και μετά πολλαπλασιάζουμε αυτό που θα βρούμε με τον αριθμητή του κλάσματος.

Παραδείγματα: α) Η Ελίνα έχει μια σοκολάτα χωρισμένη σε 15 κομμάτια και θέλει να φάει μόνο τα $\frac{3}{5}$ *της σοκολάτας . Πόσα κομμάτια θα φάει ;*

Για να βρούμε πόσα κομμάτια θα φάει η Ελίνα, πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την κλασματική μονάδα, δηλαδή το $\frac{1}{5}$ *των 15 κομματιών σοκολάτας (διαιρώντας τον αριθμό 15 δια τον παρονομαστή 5) και στη συνέχεια να βρούμε πόσα κομμάτια είναι τα* $\frac{3}{5}$ *της σοκολάτας (πολλαπλασιάζοντας τα κομμάτια που αποτελούν την κλασματική μονάδα με τον αριθμητή 3).*

Επομένως, ο υπολογισμός γίνεται ως εξής: Τα $\frac{3}{5}$ *του 15 = (15:5) x 3 = 3 x 3 = 9.*

β) Πόσα λεπτά είναι τα $\frac{5}{12}$ *της ώρας; (1 ώρα = 60 λεπτά)*

γ) Ποιος αριθμός είναι τα $\frac{6}{10}$ *του 450;*

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1. Υπολογίζω πόσο είναι:

α. Το $\frac{1}{10}$ του 80 → 80 : 10 = 8

β. Το $\frac{1}{10}$ του 330 →

γ. Το $\frac{1}{10}$ του 840 →

δ. Το $\frac{1}{10}$ του 990 →

ε. Το $\frac{1}{10}$ του 7000 →

στ. Το $\frac{1}{10}$ του 8000 →

2. Υπολογίζω πόσο είναι το αρχικό ποσό σε κάθε περίπτωση:

α. Το $\frac{1}{10}$ του ποσού είναι 8. Το αρχικό ποσό είναι → 8 ▪ 10 = 80

β. Το $\frac{1}{10}$ του ποσού είναι 25. Το αρχικό ποσό είναι →

γ. Το $\frac{1}{10}$ του ποσού είναι 100. Το αρχικό ποσό είναι →

δ. Το $\frac{1}{10}$ του ποσού είναι 640. Το αρχικό ποσό είναι →

3. Υπολογίζω το κλασματικό μέρος σε κάθε περίπτωση:

Γνωρίζουμε ότι τα $\frac{4}{10}$ ενός ποσού είναι 60 €. Πόσα ΕΥΡΩ είναι:

α. Το $\frac{1}{10}$ του ίδιου ποσού;

β. Το $\frac{3}{10}$ του ίδιου ποσού;

γ. Το $\frac{5}{10}$ του ίδιου ποσού;

δ. Το $\frac{9}{10}$ του ίδιου ποσού;

4. Λύνω τα προβλήματα:

α. Τα $\frac{4}{10}$ του κιλού ροφήματος σοκολάτας κοστίζουν 3,2 ευρώ. Πόσο κάνουν τα $\frac{7}{10}$;

β. Τα $\frac{4}{10}$ των καραμελών που έχει η γιαγιά είναι 8 καραμέλες. Πόσες είναι όλες οι καραμέλες;

γ. Η Άννα ξόδεψε 120 ευρώ. Τα χρήματα αυτά ήταν $\frac{6}{10}$ των χρημάτων που είχε στο πορτοφόλι της. Πόσα χρήματα είχε στο πορτοφόλι της;

δ. Ο παππούς έδωσε στα τρία εγγονάκια του τα παρακάτω ποσά. Στη Μαρία έδωσε τα $\frac{3}{10}$ των 1.000 ευρώ, στο Θοδωρή τα $\frac{6}{10}$ των 500 ευρώ και στην Τζένη τα $\frac{5}{10}$ των 200 ευρώ. Πόσα ευρώ πήρε κάθε παιδί;

ε. Αν τα $\frac{4}{6}$ των εισπράξεων ενός θεάτρου είναι 1.280 ευρώ, πόσες είναι όλες οι εισπράξεις του;

στ. Οι ορειβάτες ανέβηκαν τα $\frac{4}{9}$ ενός βουνού. Τα $\frac{4}{9}$ του βουνού αντιστοιχούν σε ύψος 1.150 μέτρων. Πόσο είναι όλο το ύψος του βουνού;

ζ. Αν τα $\frac{5}{8}$ των μαθητών του σχολείου της γειτονιάς μου είναι 300 μαθητές, πόσοι είναι όλοι οι μαθητές αυτού του σχολείου;

ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

*Λύνω τα προβλήματα στο τετράδιο των Μαθηματικών **<u>όπως έχουμε πει</u>**:*

1. Ένα σχολείο έχει 400 μαθητές. Πόσο είναι το $\frac{1}{8}$ των μαθητών του σχολείου;

2. Μία τάξη έχει 45 μαθητές. Από αυτούς τους μαθητές μόνο το $\frac{1}{9}$ δε συμμετείχε στην εκπαιδευτική επίσκεψη στο «Κέντρο Γαία». Πόσοι μαθητές δε συμμετείχαν στην επίσκεψη;

3. Αν το $\frac{1}{4}$ των μαθητών της Πέμπτης τάξης ενός σχολείου είναι 80 μαθητές, πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;

4. Αν η Τζένη έδωσε 42 συνδετήρες στον αδερφό της, δηλαδή τα $\frac{7}{10}$ του συνολικού αριθμού των συνδετήρων της, πόσους συνδετήρες έχει;

5. Η Νίκη είχε 40 ευρώ. Ξόδεψε τα $\frac{2}{10}$ των χρημάτων της για να αγοράσει ένα βιβλίο. Πόσο κόστιζε το βιβλίο;

6. Η Ξανθίππη είναι 12 ετών. Η ηλικία της είναι ίση με τα $\frac{3}{10}$ της ηλικίας της μητέρας της. Πόσων ετών είναι η μητέρα της Ξανθίππης;

* 7. Η κ. Κωνσταντίνα αγόρασε $\frac{8}{10}$ του κιλού χταπόδι προς 30 ευρώ το κιλό και $\frac{6}{10}$ του κιλού καλαμαράκια προς 20 ευρώ το κιλό. Πόσα χρήματα έδωσε;

1) Ο Στέφανος στόλισε με τη μαμά του το χριστουγεννιάτικο δέντρο στο σπίτι τους. Κρέμασε στο δέντρο 18 μικρά καμπανάκια. Η μαμά του είπε ότι τα στολίδια που κρέμασε αποτελούν τα $\frac{3}{6}$ του συνόλου των στολιδιών του δέντρου. Πόσα στολίδια κρέμασαν στο δέντρο τους ο Στέφανος και η μαμά του;

2) Η συνολική επιφάνεια της γης είναι ίση περίπου με 513.000.000 τ.χμ. Η θάλασσα καλύπτει περίπου τα $\frac{3}{14}$ της συνολικής επιφάνειας. Πόσα τ.χμ. είναι η ξηρά;

3) Η Ελλάδα έχει έκταση περίπου 132.000 χμ. Τα $\frac{4}{5}$ του εδάφους της είανι ορεινό. Πόσα τ.χμ. είναι οι πεδινές εκτάσεις;

4) Το μονοπάτι που διασχίζει το φαράγγι της Σαμαριάς είναι 18 χμ. Μια πεζοπορική ομάδα έχει διανύσει τα $\frac{5}{6}$ της απόστασης. Πόσα χιλιόμετρα πρέπει να διανύσει ακόμα για να φτάσει στο τέρμα της διαδρομής;

5) Η Νίκη έχει τοποθετήσει 20 μήλα οριζόντια σε 4 πεντάδες. Υπολογίζω: α) Τι μέρος του συνόλου των μήλων είναι η μία πεντάδα β) Πόσα μήλα είναι τα $\frac{3}{5}$ του συνόλου των μήλων γ) τι μέρος των πεντάδων είναι οι 2 πεντάδες.

6) Το $\frac{1}{4}$ των συμμαθητών της Νεφέλης στα Αγγλικά φορούν γυαλιά. Αν οι συμμαθητές της που φορούν γυαλιά είναι 6, πόσους μαθητές έχει συνολικά η τάξη της;

Ο κ. Κώστας είναι οδηγός ταξί και πρέπει να διανύσει με το αυτοκίνητο του 490 χιλιόμετρα. Μέχρι τώρα έχει διανύσει τα $\frac{7}{10}$ της απόστασης.

α. Πόσα χμ. έχει διανύσει μέχρι τώρα;
β. Πόσα χμ. του απομένουν να διανύσει ακόμα;

γ. Η Αριάδνη έβαλε τις καλοκαιρινές της φωτογραφίες σε ένα άλμπουμ. Αν τα 2/10 των φωτογραφιών είναι 12 φωτογραφίες:

α. Πόσες είναι το 1/10 των φωτογραφιών?
β. Πόσες φωτογραφίες έχει συνολικά στο άλμπουμ?

❖ Η Ναταλία έκανε δώρο στη μητέρας της μια ανθοδέσμη με 20 τριαντάφυλλα. Απ' αυτά τα 6/10 ήταν κόκκινα και τα υπόλοιπα 4/10 ήταν άσπρα. Πόσα ήταν τα κόκκινα και πόσα τα άσπρα?

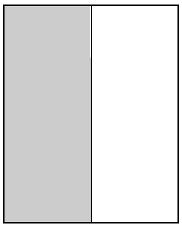
Ο Νίκος θέλει να αγοράσει έναν Η/Υ συνολικής αξίας 744 €. Στον κουμπαρά του έχει τα $\frac{5}{6}$ της συνολικής αξίας του υπολογιστή. Πόσα χρήματα χρειάζεται ακόμη;

Ο παππούς της Νίκης έχει στον κήπο του 6 ελιές, 4 πορτοκαλιές και 2 λεμονιές. Τι μέρος του συνόλου των δέντρων είναι οι ελιές, οι πορτοκαλιές και οι λεμονιές;

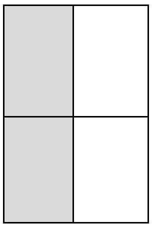
ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ισοδύναμα, όταν μετρούν το ίδιο μέγεθος με διαφορετικές κλασματικές μονάδες. Δηλαδή εκφράζουν το ίδιο μέγεθος, έχουν την ίδια αξία, αλλά διαφορετικούς όρους.

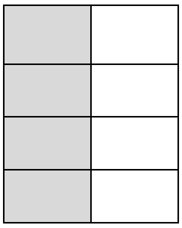
Π.χ.



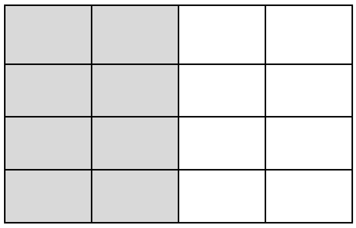
$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{4}$



$\frac{4}{8}$

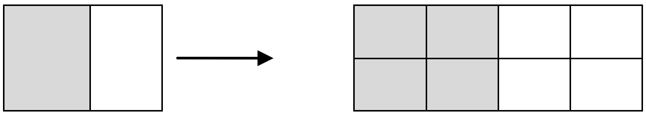


$\frac{8}{16}$

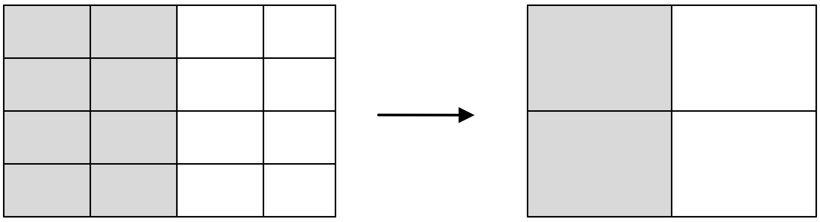
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

Όταν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, βρίσκουμε κλάσμα ισοδύναμο με το πρώτο (αρχικό).

Π.χ.



$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$$



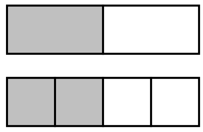
$$\frac{8}{16} = \frac{8:4}{16:4} = \frac{2}{4}$$

- Επομένως, με πολλαπλασιασμό των όρων του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, παίρνουμε ισοδύναμα κλάσματα με μεγαλύτερους όρους, ενώ αντίστροφα, με διαίρεση παίρνουμε ισοδύναμα κλάσματα με μικρότερους όρους.
- Η πράξη κατά την οποία διαιρώντας και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο ακέραιο αριθμό $(\neq 0)$ βρίσκουμε ένα άλλο κλάσμα ισοδύναμο με το πρώτο αλλά με μικρότερους όρους λέγεται απλοποίηση του κλάσματος.

Παραδείγματα

- Κλάσματα που έχουν διαφορετικούς όρους αλλά εκφράζουν την ίδια ακριβώς ποσότητα, λέγονται ισοδύναμα

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$



- Τα ισοδύναμα κλάσματα έχουν ίσα τα σταυρωτά τους γινόμενα.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \qquad 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$$

- Μπορούμε να δημιουργήσουμε ισοδύναμα κλάσματα με δύο τρόπους:

    - Πολλαπλασιάζοντας τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό
    - Διαιρώντας και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{32}{48} = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

- Για να απλοποιήσουμε ένα κλάσμα διαιρούμε τους όρους του με τον ίδιο αριθμό έτσι ώστε να προκύψει ένα ισοδύναμο κλάσμα με μικρότερους όρους. Το κλάσμα που δεν απλοποιείται άλλο λέγεται ανάγωγο.

$$\frac{24}{30} \xrightarrow{:2} \frac{12}{15} = \frac{4}{5}, \qquad \frac{24}{30} \xrightarrow{:6} \frac{4}{5}$$

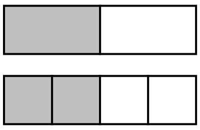
ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

☺ **Τι είναι τα ισοδύναμα κλάσματα;**

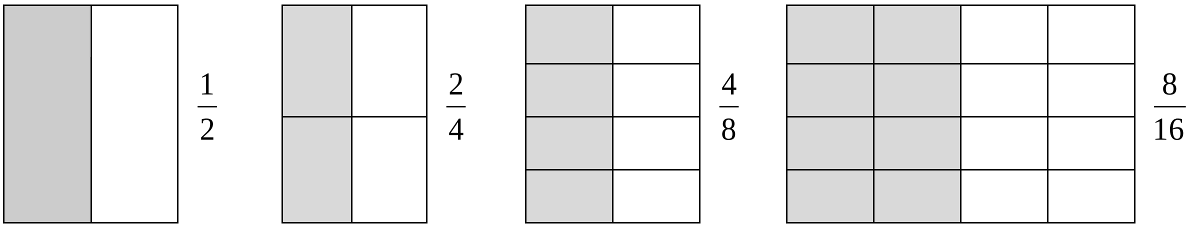
Ισοδύναμα είναι τα κλάσματα που **έχουν διαφορετικούς όρους αλλά εκφράζουν την ίδια ακριβώς ποσότητα**. Δηλαδή, τα ισοδύναμα κλάσματα εκφράζουν **το ίδιο ακριβώς μέγεθος με διαφορετικές κλασματικές μονάδες**.

Για παράδειγμα:

i) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$



ii) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$



Τα ισοδύναμα κλάσματα έχουν ίσα τα σταυρωτά τους γινόμενα.

Για παράδειγμα:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\qquad 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$

☺ **Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ισοδύναμα κλάσματα;**

Μπορούμε να δημιουργήσουμε ισοδύναμα κλάσματα με δύο τρόπους:

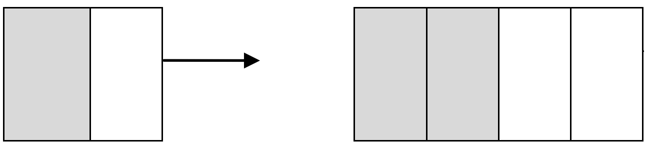
α)Ισοδύναμα κλάσματα μπορούμε να δημιουργήσουμε, αν πολλαπλασιάσουμε **<u>και τους δύο όρους</u>** του κλάσματος με τον **<u>ίδιο</u>** αριθμό.

Για παράδειγμα:

i)

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

ii)



$= \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$

Όπως παρατηρούμε, όταν πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα με μεγαλύτερους όρους από το αρχικό κλάσμα.

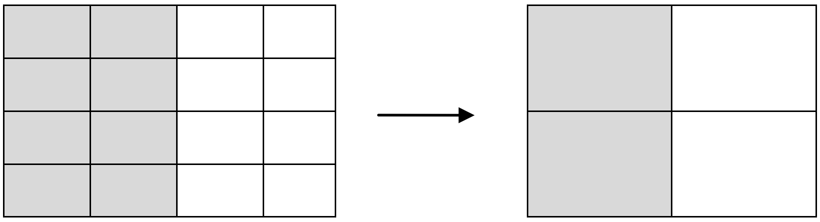
β) Ισοδύναμα κλάσματα μπορούμε να δημιουργήσουμε, αν διαιρέσουμε **<u>και τους δύο όρους</u>** του κλάσματος με τον **<u>ίδιο</u>** αριθμό.

Για παράδειγμα:

i)

$$\frac{32}{48} = \frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ii)



$$\frac{8}{16} = \frac{8:4}{16:4} = \frac{2}{4}$$

Όπως παρατηρούμε, όταν διαιρούμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα με μικρότερους όρους από το αρχικό κλάσμα.

☺ Τι είναι η απλοποίηση ενός κλάσματος και πώς γίνεται;

Απλοποίηση ενός κλάσματος είναι η πράξη κατά την οποία διαιρούμε **<u>και τους δύο όρους</u>** ενός κλάσματος με τον **<u>ίδιο</u>** ακέραιο αριθμό (εκτός από το 0) και **βρίσκουμε ένα άλλο κλάσμα ισοδύναμο με το πρώτο αλλά με μικρότερους όρους**. Επομένως, πρέπει να διαιρέσουμε με έναν κοινό διαιρέτη και των δύο όρων. **Όταν διαιρούμε τους δύο όρους με το Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (Μ.Κ.Δ.) τους, τότε το κλάσμα που προκύπτει δεν απλοποιείται άλλο και λέγεται ανάγωγο κλάσμα**.

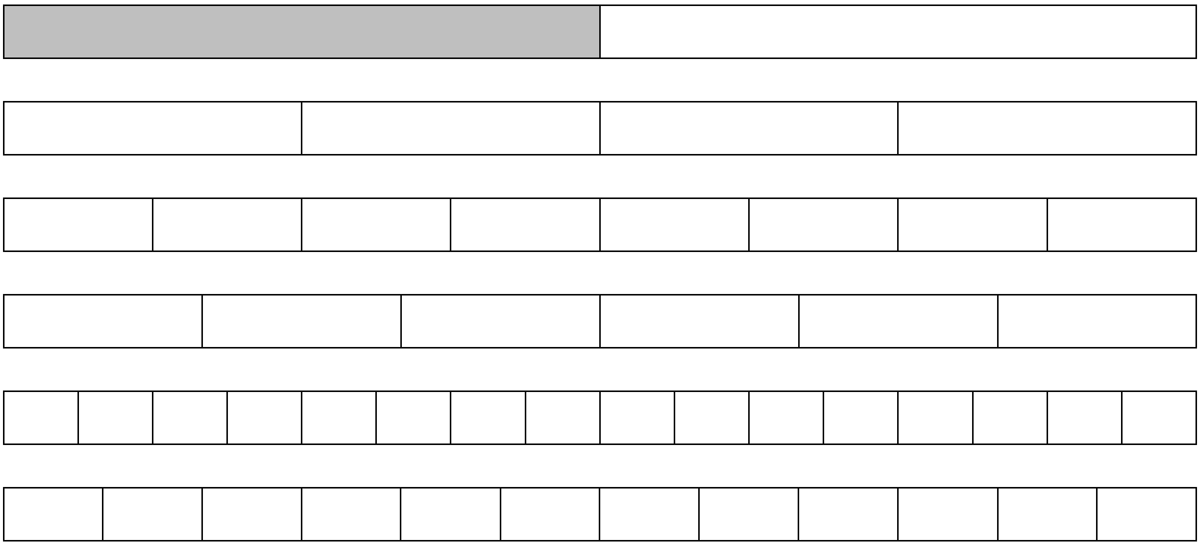
Για παράδειγμα:

$$\frac{24}{30} \overset{:2}{=} \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \qquad \frac{24}{30} \overset{:6}{=} \frac{4}{5}$$

<u>ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

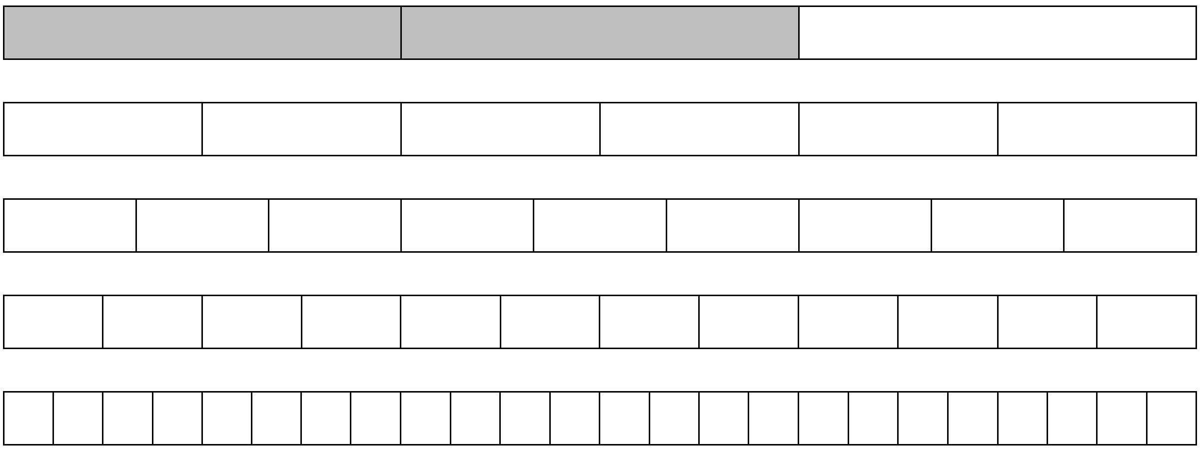
1. Χρωματίζω και γράφω τα κλάσματα που είναι ισοδύναμα με το αρχικό κλάσμα (σε κάθε περίπτωση):

α. $\frac{1}{2}$



Άρα : — = — = — = — = — = —

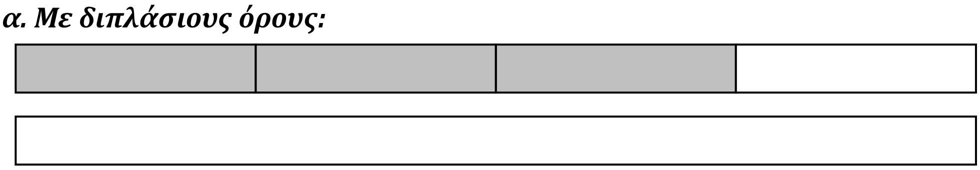
β. $\frac{2}{3}$



Άρα : — = — = — = — = —

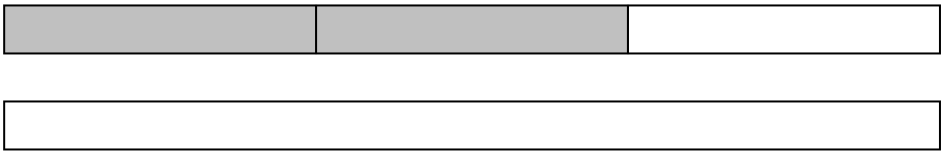
2. Γράφω το κλάσμα που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο μέρος κάθε σχήματος και στη συνέχεια ένα ισοδύναμό του με μικρότερους όρους:

3. Βρίσκω, σχεδιάζω και χρωματίζω το ισοδύναμο κάθε κλάσματος:
α. Με διπλάσιους όρους:



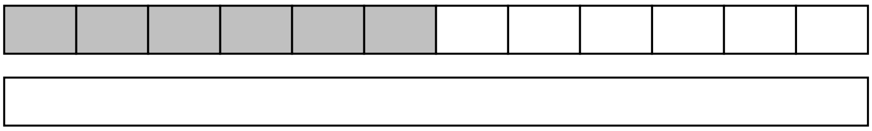
$$\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}$$

β. Με τριπλάσιους όρους:



$$\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}$$

γ. Με υποδιπλάσιους όρους:



$$\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}$$

4. Φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα με τα αρχικά. Γράφω πώς τα δημιούργησα:

α. $\frac{3}{4} \underset{x2}{\overset{x2}{=}} \frac{\_\_}{\_\_}$ $\qquad$ $\frac{5}{8} \underset{x...}{\overset{x...}{=}} \frac{\_\_}{\_\_}$ $\qquad$ $\frac{\_\_}{\_\_} \underset{x...}{\overset{x...}{=}} \frac{24}{30}$

β. $\frac{2}{4} \underset{x3}{\overset{x3}{=}} \frac{\_\_}{\_\_} \underset{x5}{\overset{x5}{=}} \frac{\_\_}{\_\_}$ $\qquad$ $\frac{4}{5} \underset{x...}{\overset{x...}{=}} \frac{\_\_}{\_\_} \underset{x...}{\overset{x...}{=}} \frac{\_\_}{\_\_}$ $\qquad$ $\frac{\_\_}{\_\_} \underset{:...}{\overset{:...}{=}} \frac{\_\_}{\_\_} \underset{:...}{\overset{:...}{=}} \frac{48}{54}$

5 α. Συμπληρώνω τον κατάλληλο αριθμό, ώστε να γίνουν ισοδύναμα τα παρακάτω κλάσματα:

$\frac{4}{5} = \frac{\_\_}{20}$, $\qquad$ $\frac{7}{\_\_} = \frac{21}{27}$, $\qquad$ $\frac{\_\_}{2} = \frac{5}{10}$, $\qquad$ $\frac{\_\_}{4} = \frac{75}{100}$

$\frac{2}{9} = \frac{18}{\_\_}$, $\qquad$ $\frac{3}{15} = \frac{\_\_}{45}$, $\qquad$ $\frac{\_\_}{8} = \frac{15}{40}$, $\qquad$ $\frac{5}{8} = \frac{\_\_}{1000}$

5β. Συμπληρώνω τη σειρά των παρακάτω ισοδύναμων κλασμάτων:

$$\frac{3}{5} = \frac{\_\_}{10} = \frac{9}{\_\_} = \frac{\_\_}{20} = \frac{15}{\_\_} = \frac{\_\_}{30} = \frac{21}{\_\_} = \frac{\_\_}{40}$$

6. Από τα κλάσματα που ακολουθούν επιλέγω τα κατάλληλα για να φτιάξω ζευγάρια ισοδύναμων κλασμάτων:

$\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{8}, \frac{9}{15}, \frac{12}{24}, \frac{5}{25} \rightarrow \frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}, \ \frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}, \ \frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}$

7. Βάζω σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ισοδύναμα με το αρχικό:

α. $\boxed{\frac{6}{12}}$ $\frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{2}{4}, \frac{12}{6}, \frac{3}{6}$ $\qquad$ β. $\boxed{\frac{16}{16}}$ $\frac{8}{8}, \frac{2}{2}, \frac{16}{4}, \frac{4}{4}, \frac{4}{16}$ $\qquad$ γ. $\boxed{\frac{4}{16}}$ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{8}{16}, \frac{2}{10}$

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (1)

Αν θέλουμε να συγκρίνουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα, μπορεί να συναντήσουμε τρεις περιπτώσεις:

<u>1η περίπτωση:</u>

Τα κλάσματα που θέλουμε να συγκρίνουμε έχουν ίδιους παρονομαστές , δηλαδή είναι **ομώνυμα** . Σε αυτή την περίπτωση η σύγκριση είναι πολύ εύκολη, γιατί **όταν τα κλάσματα έχουν ίδιους παρονομαστές, μεγαλύτερο είναι το κλάσμα που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή**.

Για παράδειγμα: $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ *. Το κλάσμα* $\frac{3}{5}$ *είναι μεγαλύτερο από το κλάσμα* $\frac{2}{5}$*, επειδή η ακέραιη μονάδα έχει χωριστεί σε πέντε ίσα μέρη και στην πρώτη περίπτωση (*$\frac{3}{5}$*) έχουμε πάρει τα 3 από αυτά, ενώ στη δεύτερη περίπτωση (*$\frac{2}{5}$ *) έχουμε πάρει τα 2 από αυτά (3>2).*

<u>2η περίπτωση:</u>

Τα κλάσματα που θέλουμε να συγκρίνουμε δεν έχουν τους ίδιους παρονομαστές ,δηλαδή είναι ετερώνυμα, αλλά έχουν τους ίδιους αριθμητές. Σε αυτή την περίπτωση, **όταν** δηλαδή **συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα που έχουν τους ίδιους αριθμητές, μεγαλύτερο είναι το κλάσμα που έχει το μικρότερο παρονομαστή**.

Για παράδειγμα: $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$ *. Το κλάσμα* $\frac{3}{5}$ *είναι μεγαλύτερο από το κλάσμα* $\frac{3}{8}$*, επειδή στην πρώτη περίπτωση (*$\frac{3}{5}$ *)η ακέραιη μονάδα έχει χωριστεί σε πέντε ίσα μέρη και έχουμε πάρει τα 3 από αυτά τα ίσα μέρα, ενώ στη δεύτερη περίπτωση (*$\frac{3}{8}$*) η ακέραιη μονάδα έχει χωριστεί σε 8 ίσα μέρη, το καθένα από τα οποία είναι άρα μικρότερο από το καθένα από τα 5 ίσα μέρη και έχουμε πάρει πάλι τρία μέρη (κομμάτια) αλλά πολύ μικρότερα αυτή τη φορά.*

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ *<u>(Να αντιγραφούν και να λυθούν στο τετράδιο)</u>*:

1. Διατάσσω τα κλάσματα:

α) από το μεγαλύτερο στο μικρότερο: i) $\frac{3}{9}, \frac{1}{9}, \frac{9}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ ii) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$

β) από το μικρότερο στο μεγαλύτερο: iii) $\frac{5}{7}, \frac{5}{5}, \frac{5}{15}, \frac{5}{9}, \frac{5}{8}, \frac{5}{10}$ iv) $\frac{2}{13}, \frac{10}{13}, \frac{13}{13}, \frac{4}{13}, \frac{5}{13}, \frac{9}{13}$

2. Η μητέρα του Θοδωρή για να παρασκευάσει κέικ με κακάο χρησιμοποιεί τα 4/10 ενός κουτιού κακάο, ενώ η μητέρα της Νίκης τα 4/12 ενός ίδιου κουτιού. Ποιο από τα δύο κέικ έχει περισσότερο κακάο;

3. Για να δημιουργήσει την έκρηξη ενός παιχνιδιού-ηφαιστείου ο Στέφανος χρησιμοποίησε τα 2/15 του μείγματος ενώ η Κωνσταντίνα τα2/12 του μείγματος του δικού της παιχνιδιού. Ποιος χρησιμοποίησε τη μικρότερη ποσότητα μείγματος;

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (2)

Αν θέλουμε να συγκρίνουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα, μπορεί να συναντήσουμε και την εξής περίπτωση:

<u>3η περίπτωση:</u>

Τα κλάσματα που θέλουμε να συγκρίνουμε δεν έχουν τους ίδιους παρονομαστές, δηλαδή είναι **ετερώνυμα, αλλά έχουν και διαφορετικούς αριθμητές**. Σε αυτή την περίπτωση, **όταν** δηλαδή **συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς αριθμητές, θα πρέπει πρώτα να μετατρέψουμε τα κλάσματα στα ισοδύναμά τους ομώνυμα με κοινό παρονομαστή** το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών τους ή οποιοδήποτε άλλο κοινό πολλαπλάσιο. Στη συνέχεια **τα συγκρίνουμε,** όπως μάθαμε στην πρώτη περίπτωση *(βλ. φωτοτυπία «Σύγκριση κλασμάτων [1]»).*

Πιο αναλυτικά, η διαδικασία είναι η εξής:

α) βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών των κλασμάτων

β) διαιρούμε το Ε.Κ.Π. με τους παρονομαστές και σημειώνουμε το αποτέλεσμα πάνω από το κάθε κλάσμα σε ένα «καπελάκι»

γ) πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του κλάσματος (αριθμητή και παρονομαστή) με το αντίστοιχο πηλίκο, δηλαδή με τον αριθμό που σημειώσαμε πάνω από το κλάσμα

Τα κλάσματα που προκύπτουν είναι πλέον ομώνυμα, ισοδύναμα με τα αρχικά .

<u>Για παράδειγμα:</u>

Έχουμε τα κλάσματα $\frac{13}{15}$ *και* $\frac{5}{6}$.

α) Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών των δύο κλασμάτων, δηλαδή του 15 και του 6, είναι:

Ε.Κ.Π. (15,6) =30.

β) Διαιρούμε το Ε.Κ.Π. με τους παρονομαστές, δηλαδή: 30:15=2 και 30:6=5 και γράφουμε:

$\frac{13}{15}$ *και* $\frac{5}{6}$.

γ) Πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με το αντίστοιχο πηλίκο, δηλαδή με τον αριθμό που σημειώσαμε πάνω από το κλάσμα: $\frac{26}{30}$ *και* $\frac{25}{30}$.

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ:

α. Μετατρέπω σε ομώνυμα τα κλάσματα και τα διατάσσω σε αύξουσα σειρά (από το μικρότερο στο μεγαλύτερο).

i) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{4}{12}, \frac{2}{3}$ ii) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{8}{15}$ iii) $\frac{1}{9}, \frac{9}{36}, \frac{8}{18}, \frac{5}{12}$

β. Μετατρέπω σε ομώνυμα τα κλάσματα και τα διατάσσω σε φθίνουσα σειρά (από το μεγαλύτερο στο μικρότερο):

i) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ ii) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ iii) $\frac{7}{20}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}$

γ. Η Ανδρομάχη διάνυσε την απόσταση μεταξύ της κατοικίας της και της κατοικίας της γιαγιάς της σε $\frac{3}{5}$ *της ώρας κι ο αδερφός της σε* $\frac{5}{12}$ *της ώρας. Ποιος έφτασε πιο γρήγορα;*

δ. Πέρυσι πέντε μαθητές μου ξεκίνησαν συγχρόνως να λύσουν ένα πρόβλημα. Ο Δημήτρης το έλυσε σε $\frac{2}{6}$ *της ώρας, η Έλενα σε* $\frac{3}{10}$ *της ώρας, ο Φάνης σε* $\frac{4}{20}$ *της ώρας, η Εβελίνα σε* $\frac{2}{5}$ *της ώρας και η Μιρούλα σε* $\frac{3}{12}$ *της ώρας. Με ποια σειρά έλυσαν το πρόβλημα οι πέντε συμμαθητές;*

ε. Το $\frac{1}{4}$ *από τους θεατές μίας θεατρικής παράστασης ήταν άντρες, τα* $\frac{3}{5}$ *ήταν γυναίκες και τα* $\frac{3}{20}$ *παιδιά. Ποιοι από τους θεατές ήταν περισσότεροι;*

στ. Στο χωριό της γιαγιάς της Άννας το $\frac{1}{12}$ *είναι ηλικιωμένοι, τα* $\frac{2}{8}$ *είναι μεσήλικες, τα* $\frac{2}{10}$ *νέοι και τα* $\frac{7}{15}$ *παιδιά. Ποια ηλικία έχουν οι περισσότεροι και ποια οι λιγότεροι;*

ζ. Ένας βιβλιοπώλης πούλησε 100 τετράδια. Τα $\frac{2}{5}$ *του συνόλου των τετραδίων ήταν μπλε, το* $\frac{1}{2}$ *ήταν κίτρινα και το* $\frac{1}{10}$ *ήταν κόκκινα. Ποια τετράδια ήταν τα λιγότερα και πόσα ήταν;*

η. Από τα 180 παιδιά ενός δημοτικού σχολείου τα $\frac{3}{10}$ *μαθαίνουν καλαθοσφαίριση, το* $\frac{1}{3}$ *ποδόσφαιρο, το* $\frac{1}{5}$ *χορό και το* $\frac{1}{6}$ *κάποια πολεμική τέχνη. Με ποια δραστηριότητα ασχολούνται τα περισσότερα παιδιά και πόσα είναι αυτά;*

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΚΛΑΣΜΑ

Όπως ήδη γνωρίζουμε, κάθε κλάσμα παριστάνει μία διαίρεση του αριθμητή (ως διαιρετέου) δια του παρανομαστή του (ως διαιρέτη).

Για παράδειγμα: $\dfrac{\textit{αριθμητής}}{\textit{παρανομαστής}}$ *= αριθμητής : παρανομαστής =* $\dfrac{4}{6}$ *= 4 : 6*

Επομένως, για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό, διαιρούμε τον αριθμητή του με τον παρονομαστή του. Στη συνέχεια αυτόν τον δεκαδικό αριθμό μπορούμε να τον γράψουμε ως δεκαδικό κλάσμα, όπως έχουμε μάθει *(για να ξαναθυμηθείς τη διαδικασία βλ. αναλυτικά τη φωτοτυπία: «Δεκαδικά κλάσματα – δεκαδικοί αριθμοί»)*.

Παραδείγματα :

α) $\dfrac{3}{8}$ *= 3 : 8 = 0,375*

β) $\dfrac{7}{5}$ *=1,4=* $\dfrac{14}{10}$

$1\dfrac{4}{10}$

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Αντιστοιχίζω αυτά που είναι ίσα:

$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{5}{25}$	$\dfrac{3}{20}$	$\dfrac{18}{50}$	$\dfrac{3}{4}$
0,2	0,5	0,15	0,75	0,36

2. Μετατρέπω τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και μετά μετατρέπω αυτούς τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα: (Να λυθεί στο τετράδιο)

α) $\dfrac{3}{8}$ β) $\dfrac{2}{5}$ γ) $\dfrac{15}{20}$ δ) $\dfrac{29}{50}$ ε) $\dfrac{8}{16}$ στ) $\dfrac{14}{4}$ ζ) $\dfrac{16}{5}$ η) $\dfrac{18}{10}$ θ) $\dfrac{15}{12}$ ι) $\dfrac{22}{5}$

3. Βάζω τα σύμβολα της ισότητας ή της ανισότητας (>, =, <): (Να λυθεί στο τετράδιο)

$\frac{4}{8}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{5}{20}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{14}{50}$ $\frac{6}{20}$ $\frac{40}{200}$ $\frac{3}{15}$

4. Κάνω τις διαιρέσεις και συγκρίνω τα πηλίκα: (Να λυθεί στο τετράδιο)

$\frac{4}{8}$ $\frac{3}{15}$ $\frac{10}{25}$ $\frac{60}{240}$

5. Συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν για να ισχύουν οι ισότητες:

α. $0,\ldots = \frac{4}{\ldots}$ ή $\frac{8}{\ldots}$ β. $0,\ldots = \frac{3}{\ldots}$ ή $\frac{12}{\ldots}$

6. Η κ. Σοφία έχει να επιλέξει ανάμεσα στις προσφορές Α και Β. Σε ποια περίπτωση θα αγοράσει φθηνότερα το κιλό τις μπανάνες;

Προσφορά Α: 4 κιλά μπανάνες κοστίζουν 3 € Προσφορά Β: 5 κιλά μπανάνες κοστίζουν 4 €

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

1. Διατάσσω τις κλασματικές μονάδες από τη μεγαλύτερη στη μικρότερη::

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{9}$

2. Διατάσσω τα παρακάτω κλάσματα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:

$\frac{8}{20}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{40}{20}$ $\frac{7}{20}$ $\frac{35}{20}$ $\frac{6}{20}$

3. Μετατρέπω τα παρακάτω κλάσματα σε ομώνυμα και τα διατάσσω στην πρώτη περίπτωση από το μεγαλύτερο στο μικρότερο ενώ στη δεύτερη από το μικρότερο στο μεγαλύτερο :

α) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{15}, \frac{6}{9}$ β) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{8}{12}, \frac{9}{15}$

4. Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών της Ε΄ τάξης ενός σχολείου προτιμούν να παίζουν καλαθοσφαίριση και τα $\frac{6}{15}$ προτιμούν να παίζουν πετοσφαίριση. Ποιο άθλημα προτιμούν οι περισσότεροι μαθητές του σχολείου;

5. Τα $\frac{2}{5}$ του κιλού ψάρια κοστίζουν 10 ευρώ. Πόσο κοστίζουν τα 2,5 κιλά από τα ίδια ψάρια;

6. Για την απογευματινή παράσταση ενός έργου στον κινηματογράφο κόπηκαν 300 εισιτήρια. Από αυτά τα $\frac{30}{100}$ ήταν μαθητικά. Για τη βραδινή παράσταση από το ίδιο έργο κόπηκαν συνολικά 540 εισιτήρια. Από αυτά τα $\frac{6}{20}$ ήταν μαθητικά. α) Απλοποιώ τα παραπάνω κλάσματα (μέχρι να γίνουν ανάγωγα) και τα συγκρίνω. Β) Ποια από τις δύο παραστάσεις παρακολούθησαν περισσότεροι μαθητές;

7. Ένας ποδηλάτης διέτρεξε σε μία ώρα τα $\frac{5}{8}$ μίας απόστασης και ένας άλλος ποδηλάτης διέτρεξε σε μία ώρα τα $\frac{5}{6}$ της ίδιας απόστασης. Ποιος ποδηλάτης διέτρεξε περισσότερη απόσταση;

8. Η Ελευθερία θέλει να αγοράσει έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας 744 ευρώ. Στον κουμπαρά της έχει τα $\frac{5}{6}$ της συνολικής αξίας του. Πόσα χρήματα χρειάζεται ακόμη;

9. Η κυρία Μαριάννα από τη σύνταξή της έδωσε στο ένα της εγγόνι τα $\frac{2}{7}$ και στο άλλο της τα $\frac{2}{9}$. Το πρώτο ή το δεύτερο εγγόνι πήρε περισσότερα χρήματα;

10. Ο Βάιος διάβασε τα $\frac{4}{12}$ ενός βιβλίου. Οι σελίδες που διάβασε ήταν 24. Πόσες σελίδες έχει το βιβλίο;

11. Λύνω με δύο τρόπους τα προβλήματα: α) Η Ηλιάνα ζωγράφισε τα $\frac{2}{8}$ του χαρτονιού και η Μαρία τα $\frac{2}{5}$ ενός ίδιου χαρτονιού. Ποια ζωγράφισε μεγαλύτερο μέρος του χαρτονιού της; Β) Σε έναν αγώνα καλαθοσφαίρισης ο Αλέξανδρος πέτυχε τα $\frac{5}{8}$ των βολών του ενώ ο Στέφανος τα $\frac{6}{10}$. Ποιος πέτυχε περισσότερες βολές;

12. Μετατρέπω τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και μετά μετατρέπω αυτούς τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα:

α) $\frac{20}{8}$ β) $\frac{36}{5}$ γ) $\frac{19}{10}$ δ) $\frac{3}{15}$ ε) $\frac{6}{15}$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ «ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ»

1. Ο Θοδωρής έβαλε τις καλοκαιρινές του φωτογραφίες σε ένα άλμπουμ. Αν τα $\frac{2}{10}$ των φωτογραφιών είναι 12 φωτογραφίες, α) πόσα είναι τα $\frac{9}{10}$ των φωτογραφιών και β) πόσες φωτογραφίες έχει συνολικά στο άλμπουμ;
2. Η Μυρτώ τη Δευτέρα πρόσφερε τα $\frac{4}{6}$ της πλαστελίνης της στη Νεφέλη. Την Τρίτη πρόσφερε τα $\frac{4}{5}$ της πλαστελίνης της στην Άννα. Σε ποιο από τα δύο κορίτσια έδωσε μεγαλύτερη ποσότητα πλαστελίνης; (Λύνω με δύο τρόπους το πρόβλημα)
3. Τα $\frac{7}{8}$ των κουτιών που έχουν οι μαθήτριες και οι μαθητές της τάξης μας είναι πολύχρωμα ενώ τα $\frac{6}{7}$ των μαθητών της έκτης τάξης έχουν πολύχρωμα κουτιά. Περισσότεροι μαθητές της πέμπτης ή της έκτης τάξης προτιμούν τα μονόχρωμα κουτιά;
4. Η Μαρία αγόρασε δύο κρουασάν που είχαν το ίδιο μέγεθος για την ίδια και τον αδερφό της. Το ένα ήταν κρουασάν βουτύρου και το άλλο κρουασάν σοκολάτας. Η ίδια έφαγε τα $\frac{3}{8}$ του δικού της κρουασάν βουτύρου ενώ ο αδερφός της έφαγε τα $\frac{6}{16}$ του δικού του κρουασάν σοκολάτας. Ποιο παιδί έφαγε μεγαλύτερη ποσότητα κρουασάν;

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ «ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ»

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ____

1. Συμπληρώνω κατάλληλα τους ορισμούς:

α) Κλασματική μονάδα ονομάζεται ____

____

Για παράδειγμα: ____

β) Ισοδύναμα ονομάζονται τα κλάσματα που ____

____

Για παράδειγμα: ____

2. α) Διατάσσω τα κλάσματα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο: $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$

____

β) Διατάσσω τα κλάσματα από το μεγαλύτερο στο μικρότερο: $\frac{9}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{10}{9}$

____

3. Μετατρέπω τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και μετά μετατρέπω αυτούς τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα:

α) $\frac{2}{8}$ ______________________ β) $\frac{17}{5}$ ______________________

4. Απλοποιώ τα παρακάτω κλάσματα:

α) $\frac{12}{20}$ ____

β) $\frac{20}{45}$ ____

5. Μετατρέπω τα παρακάτω κλάσματα σε ομώνυμα:

α) $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$	β) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{5}$

6. Λύνω τα προβλήματα:

α) Ο Θοδωρής έχει γράψει στα $\frac{4}{12}$ του τετραδίου της Γλώσσας, δηλαδή στις 24 σελίδες του. Πόσες σελίδες έχει το τετράδιό του;

*Λύση:*____

____

____

*Απάντηση:*____

β) Η Τζένη κατασκεύασε 18 κρουστά όργανα. Κράτησε το $\frac{1}{3}$ αυτών των κρουστών οργάνων στο σπίτι και πήγε τα υπόλοιπα στο σχολείο. α) Πόσα κρουστά πήγε η Τζένη στο σχολείο; β) Πόσα κρουστά κράτησε η Τζένη στο σπίτι;

*Λύση:*____

____

____

____

*Απάντηση:*____

____

γ) Η Μυρτώ και τη Δευτέρα και την Τρίτη πήγε στο σχολείο με την ίδια ποσότητα πλαστελίνης. Τη Δευτέρα πρόσφερε τα $\frac{4}{6}$ της πλαστελίνης της στη Νεφέλη. Την Τρίτη πρόσφερε τα $\frac{4}{5}$ της πλαστελίνης της στην Άννα. Σε ποιο από τα δύο κορίτσια έδωσε μεγαλύτερη ποσότητα πλαστελίνης;

*Λύση:*____

____

____

____

*Απάντηση:*____

____

Καλή επιτυχία!

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (1)

i) Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων:

Όταν προσθέτουμε ή αφαιρούμε δυο ομώνυμα κλάσματα το αποτέλεσμα είναι ένα **κλάσμα που έχει αριθμητή το άθροισμα (ή την διαφορά) των αριθμητών και παρανομαστή τον ίδιο κοινό παρανομαστή** των δύο κλασμάτων που προσθέτουμε ή αφαιρούμε.

Παραδείγματα πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων κλασμάτων:

α) $\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$ *β)* $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4-1}{6} = \frac{3}{6}$

ii) Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων:

Δεν μπορούμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα παρά μόνο ομώνυμα κλάσματα. Αν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τότε πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε στα ισοδύναμά τους ομώνυμα με κοινό, δηλαδή ίδιο, παρανομαστή το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρανομαστών τους ή οποιοδήποτε άλλο κοινό πολλαπλάσιό τους, όπως έχουμε μάθει.

Παραδείγματα πρόσθεσης και αφαίρεσης ετερώνυμων κλασμάτων:

α) $\frac{3}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$ *β)* $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5-4}{6} = \frac{1}{6}$

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ: (Να λυθούν στο τετράδιο!)

1. α) Να υπολογιστούν τα αθροίσματα:

(α) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$	(β) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$	(γ) $\frac{3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$
(δ) $\frac{4}{3}+\frac{5}{3}+\frac{6}{3}$	(ε) $\frac{3}{25}+\frac{9}{25}+\frac{8}{25}$	(στ) $\frac{12}{15}+\frac{7}{15}+\frac{9}{15}$

1. β) Να υπολογιστούν οι διαφορές:

(α) $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$	(β) $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$	(γ) $\frac{8}{9}-\frac{8}{9}$
(δ) $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$	(ε) $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$	(στ) $\frac{4}{11}-\frac{3}{11}$

2. α) Να υπολογιστούν τα αθροίσματα:

(α) $\frac{7}{8}+\frac{1}{2}$	(β) $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$	(γ) $\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$	(δ) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$	(ε) $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}+\frac{1}{4}$
(στ) $\frac{2}{4}+\frac{3}{5}$	(ζ) $\frac{1}{10}+\frac{3}{5}$	(η) $\frac{2}{7}+\frac{5}{14}$	(θ) $\frac{2}{7}+\frac{1}{2}+\frac{5}{14}$	(ι) $\frac{5}{20}+\frac{3}{15}+\frac{5}{12}$

2. β) Να υπολογιστούν οι διαφορές:

(α) $\frac{5}{6}-\frac{1}{2}$	(β) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$	(γ) $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$	(δ) $\frac{5}{9}-\frac{3}{8}$	(ε) $\frac{5}{12}-\frac{4}{15}$

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (2)

i) Πρόσθεση κλάσματος με ακέραιο αριθμό – αφαίρεση κλάσματος από ακέραιο αριθμό

Αν θέλουμε να προσθέσουμε κλάσμα με ακέραιο, μετατρέπουμε τον ακέραιο σε κλάσμα βάζοντας παρανομαστή τη μονάδα. Μετά μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα και συνεχίζουμε όπως γνωρίζουμε. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο εργαζόμαστε και στην αφαίρεση κλάσματος από ακέραιο αριθμό.

Για παράδειγμα:

5 *1*

$$4 - \frac{2}{5} = \frac{4}{1} - \frac{2}{5} = \frac{20}{5} - \frac{2}{5} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

ii) Πρόσθεση και αφαίρεση μεικτών αριθμών:

Ο ευκολότερος τρόπος για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε μεικτούς αριθμούς (δηλαδή αριθμούς που αποτελούνται από ακέραιο αριθμό και κλάσμα) είναι να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε πρώτα χωριστά τους ακέραιους αριθμούς και μετά χωριστά τα κλάσματα, αφού ελέγξουμε αν τα κλάσματα είναι ομώνυμα.

Παραδείγματα: α) $2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5} = 3\frac{4}{5}$ *β)* $2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5} = 1\frac{2}{5}$

Εννοείται πως στην περίπτωση που τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τα μετατρέπουμε πρώτα στα ισοδύναμά τους ομώνυμα και έπειτα κάνουμε την πράξη.

Παραδείγματα: α) $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} = 2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4} = 3\frac{5}{4} = 4\frac{1}{4}$

β) $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{4}$

iii) Πρόσθεση μεικτού αριθμού με ακέραιο αριθμό – Αφαίρεση μεικτού αριθμού από ακέραιο

Σε αυτή την περίπτωση εργαζόμαστε όπως στην προηγούμενη περίπτωση, δηλαδή προσθέτουμε ή αφαιρούμε πρώτα χωριστά τους ακέραιους αριθμούς και μετά προσθέτουμε το κλάσμα.

Στην αφαίρεση όμως υπάρχει η περίπτωση το κλάσμα του αφαιρετέου να είναι μεγαλύτερο από το ομώνυμο κλάσμα του μειωτέου και άρα να μην μπορεί να αφαιρεθεί. Τότε παίρνουμε μία ακέραιη μονάδα από τον ακέραιο του μειωτέου, τη μετατρέπουμε σε ισοδύναμο κλάσμα με όρους ίσους με τον παρανομαστή των ομώνυμων κλασμάτων, το προσθέτουμε με το κλάσμα του μειωτέου και τέλος κάνουμε την αφαίρεση.

Για παράδειγμα:

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΑΚΕΡΑΙΩΝ, ΜΕΙΚΤΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Η πρόσθεση και η αφαίρεση μεταξύ ακέραιων αριθμών, μεικτών αριθμών και κλασμάτων μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

1ος ΤΡΟΠΟΣ

1) Πρόσθεση μεταξύ ακέραιων, μεικτών και κλασμάτων

Ο ευκολότερος τρόπος για να προσθέσουμε μεικτούς αριθμούς (δηλαδή αριθμούς που αποτελούνται από ακέραιο αριθμό και κλάσμα) είναι να προσθέσουμε ή πρώτα χωριστά τους ακέραιους αριθμούς και μετά χωριστά τα κλάσματα, αφού ελέγξουμε αν τα κλάσματα είναι ομώνυμα.

Παραδείγματα:

α) $2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5} = 3\frac{4}{5}$

β) Εννοείται πως στην περίπτωση που τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τα μετατρέπουμε πρώτα στα ισοδύναμά τους ομώνυμα και έπειτα κάνουμε την πράξη:

$2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} = 2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4} = 3\frac{5}{4} = 4\frac{1}{4}$

γ) $2\frac{7}{8} = 2\frac{7}{8}$

δ) $5 + 3\frac{4}{5} = 8\frac{4}{5}$

ε) $4\frac{2}{5} + 6 = 10\frac{2}{5}$

2) Αφαίρεση μεταξύ ακέραιων, μεικτών και κλασμάτων

Ο ευκολότερος τρόπος για να κάνουμε την αφαίρεση είναι ο εξής: αφαιρούμε πρώτα χωριστά τους ακέραιους αριθμούς και μετά τα κλάσματα (παρ. α, β). Παρόμοια σκεφτόμαστε και στις περιπτώσεις όπου έχουμε να αφαιρέσουμε κλάσμα από ακέραιο (παρ. γ) ή ακέραιο από μεικτό (παρ. δ) ή μεικτό από κλάσμα (παρ. ε) ή κλάσμα από μεικτό (παρ. στ, ζ).

Παραδείγματα:

α) $2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5} = 1\frac{2}{5}$

β) $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{4}$ (Καθώς τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τα μετατρέπουμε πρώτα στα ισοδύναμά τους ομώνυμα και έπειτα κάνουμε την πράξη.)

γ) $5 - \frac{3}{7} = 4\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = 4\frac{4}{7}$ (Σε αυτή την περίπτωση μετατρέπουμε τον ακέραιο σε μεικτό κι εργαζόμαστε σύμφωνα με τον κανόνα.)

δ) $3\frac{2}{4} - 1 = 2\frac{2}{4}$

ε) $\frac{12}{4} - 2\frac{3}{4} = 2\frac{9}{4} = 4\frac{1}{4}$

στ) $5\frac{6}{7} - \frac{2}{5} = 5\frac{30}{35} - \frac{14}{35} = 5\frac{16}{35}$ (Καθώς τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τα μετατρέπουμε πρώτα στα ισοδύναμά τους ομώνυμα και έπειτα κάνουμε την πράξη.)

ζ) $5\frac{1}{8} - \frac{8}{8} =$;

Σε αυτή την περίπτωση (όπου δηλαδή το κλάσμα του αφαιρετέου είναι μεγαλύτερο από το ομώνυμο κλάσμα του μειωτέου) παίρνουμε μία ακέραιη μονάδα από τον ακέραιο του μειωτέου, τη μετατρέπουμε σε ισοδύναμο κλάσμα με όρους ίσους με τον παρανομαστή των ομώνυμων κλασμάτων, το προσθέτουμε με το κλάσμα του μειωτέου και τέλος κάνουμε την αφαίρεση. Δηλαδή:

Επειδή $5 = 4\frac{8}{8}$, έχουμε: $4\left(\frac{8}{8} + \frac{1}{8}\right) - \frac{3}{8} = 4\frac{9}{8} - \frac{3}{8} = 4\frac{6}{8}$

2ος ΤΡΟΠΟΣ

Σε αυτή την περίπτωση μετατρέπω τους μεικτούς και τους ακέραιους σε καταχρηστικά κλάσματα και στη συνέχεια προσθέτω ή αφαιρώ αυτά τα κλάσματα, όπως ήδη γνωρίζουμε.

Παραδείγματα:

1) Πρόσθεση μεταξύ ακέραιων, μεικτών και κλασμάτων

α) $4\frac{3}{5} + 1\frac{2}{6} = \frac{23}{5} + \frac{8}{6} = \frac{138}{30} + \frac{40}{30} = \frac{178}{30} = 50\frac{28}{30}$ (Εννοείται πως αν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τα μετατρέπω σε ομώνυμα πριν τα προσθέσω.)

β) $2 + \frac{7}{8} = \frac{2}{1} + \frac{7}{8} = \frac{16}{8} + \frac{7}{8} = \frac{23}{8} = 2\frac{7}{8}$ (Μετατρέπω τον ακέραιο σε κλάσμα αν βάλω ως παρονομαστή του κλάσματος τον αριθμό 1.)

γ) $5+3\frac{4}{5} = \frac{5}{1} + \frac{19}{5} = \frac{25}{5} + \frac{19}{5} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5}$

2) Αφαίρεση μεταξύ ακέραιων, μεικτών και κλασμάτων

α) $2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5} = \frac{13}{5} - \frac{6}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

β) $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{2}{4}$ (Καθώς τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τα μετατρέπουμε πρώτα στα ισοδύναμά τους ομώνυμα και έπειτα κάνουμε την πράξη.)

γ) $5 - \frac{3}{7} = \frac{5}{1} - \frac{3}{7} = \frac{35}{7} - \frac{3}{7} = \frac{32}{7} = 4\frac{4}{7}$

δ) $3\frac{2}{4} - 1 = \frac{14}{4} - \frac{1}{1} = \frac{14}{4} - \frac{4}{4} = \frac{10}{4}$

ε) $\frac{12}{4} - 2\frac{3}{4} = \frac{12}{4} - \frac{11}{4} = \frac{1}{4}$

ΠΩΣ ΜΕΤΑΤΡΕΠΟΥΜΕ ΤΑ ΚΑΤΑΧΡΗΣΤΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΣΕ ΜΕΙΚΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ
ΚΑΙ ΤΟ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ

1. Για να μετατρέψουμε ένα μεικτό αριθμό σε κλάσμα εργαζόμαστε ως εξής :

α) Πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή με τον ακέραιο.

β) Στη συνέχεια προσθέτουμε στο γινόμενο τον αριθμητή.

γ) Βάζουμε στη θέση του αριθμητή το άθροισμα και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

Παραδείγματα

__i)__ : Στο μεικτό αριθμό $6\frac{3}{5}$ *ενεργούμε ως εξής:*

α) 5 x 6 = 30 β) 30 + 3 = 33 γ) $6\frac{3}{5} = \frac{33}{5}$ *. Πιο σύντομα εργαζόμαστε ως εξής:*

__ii)__ $4\frac{2}{6} = \frac{(4x6)+2}{6} = \frac{26}{6}$ **__iii)__** $5\frac{2}{3} = \frac{(5x3)+2}{3} = \frac{17}{3}$

2. Για να μετατρέψουμε ένα καταχρηστικό κλάσμα σε μεικτό αριθμό εργαζόμαστε ως εξής :

α) Διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή.

β) Το πηλίκο της διαίρεσης είναι ο ακέραιος , το υπόλοιπο είναι ο αριθμητής και παρονομαστής μένει ο ίδιος

Για παράδειγμα: το $\frac{13}{5}$

α) 13 : 5 = 2 και υπόλοιπο 3

β) $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$

13	5
-10	2
3	

παρονομαστής ο ίδιος

3 υπόλοιπο --> αριθμητής του κλάσματος

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Μετατρέπω τα καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς:

α) $\frac{19}{5}$ =- β) $\frac{27}{8}$ = γ) $\frac{32}{9}$ = δ) $\frac{48}{5}$ = ε) $\frac{75}{9}$ = στ) $\frac{92}{12}$ =

2. Μετατρέπω τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα:

α) $8\frac{3}{4}$ = β) $3\frac{4}{5}$ = γ) $2\frac{1}{2}$ = δ) $9\frac{3}{7}$ = ε) $2\frac{5}{6}$ = στ) $6\frac{3}{5}$ =

3. Γράφω πόσα μέτρα είναι:

α) τα $\frac{10}{10}$ του μέτρου=……………… β) τα $\frac{20}{10}$ του μέτρου=……………….. γ) τα $\frac{40}{10}$ του μέτρου=……..

4. Γράφω πόσες ώρες και πόσα λεπτά (εξηκοστά) είναι τα:

α) τα $\frac{120}{60}$ της ώρας=…………… β) τα $\frac{150}{60}$ της ώρας=……………. γ) τα $\frac{200}{60}$ της ώρας=……………

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ *(Να λυθούν στο τετράδιο)*

1. Ο Αλέξανδρος αγόρασε από τον ξάδερφό του που θα μετακομίσει στην Ιταλία τα $\frac{3}{4}$ των βιβλίων του. Από αυτά έδωσε τα $\frac{2}{5}$ στο μεγαλύτερό του αδερφό. Πόσα βιβλία του έμειναν;

2. Το καθαρό βάρος ενός κουτιού με δημητριακά είναι $\frac{3}{5}$ του κιλού και το απόβαρο είναι $\frac{2}{8}$ του κιλού. Πόσο είναι το μικτό βάρος του κουτιού;

3. Ο Βάιος ξόδεψε τα $\frac{4}{8}$ των χρημάτων του για να αγοράσει χαρταετό και ο Νίκος τα $\frac{2}{4}$ των χρημάτων του. Πόσα ξόδεψαν και οι δύο μαζί (σε κλάσμα); Ποιος ξόδεψε περισσότερα;

4. Η Ελευθερία διάβασε το Σάββατο τα $\frac{2}{5}$ των σελίδων ενός βιβλίου και την Κυριακή τα $\frac{2}{7}$ των σελίδων του. Τι μέρος των σελίδων του βιβλίου θέλει να διαβάσει ακόμα;

5. Τρεις φίλοι διάνυσαν την απόσταση από το σπίτι τους ως το Πάρκο Περιβαλλοντικής Ευαισθητοποίησης. Ο Μιχάλης έκανε $\frac{5}{20}$ της ώρας, ο Γιάννης $\frac{6}{12}$ της ώρας και ο Γιώργος $\frac{4}{20}$ της ώρας. Ποιος έφτασε πρώτος και ποιος τελευταίος;

6. Το $\frac{1}{4}$ από τους επιβάτες ενός λεωφορείου ήταν άντρες, τα $\frac{3}{7}$ γυναίκες και οι υπόλοιποι 90 παιδιά. Πόσοι ήταν όλοι οι επιβάτες; Πόσοι οι άντρες και πόσες οι γυναίκες;

7. Η Ανδρομάχη είχε στον κουμπαρά της $\frac{4}{5}$ των διακοσίων ευρώ. Της έδωσε ο πατέρας της $\frac{2}{10}$ των διακοσίων ευρώ. Από αυτά ξόδεψε τα $\frac{3}{4}$. Τι μέρος των διακοσίων ευρώ της έμεινε;

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΜΕΙΚΤΩΝ, ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Στους κολυμβητικούς αγώνες του συλλόγου του ο Λευτέρης κατέκτησε την πρώτη θέση στα 50 μέτρα ελεύθερο με χρόνο 52 $\frac{9}{20}$ δευτερόλεπτα. Ο Δημήτρης κατέκτησε τη δεύτερη θέση με χρόνο $\frac{3}{10}$ του δευτερολέπτου περισσότερο από ό,τι ο Λευτέρης. Ποια ήταν η επίδοση του Δημήτρη;

2. Η κυρία Τζένη αγόρασε 14 $\frac{1}{2}$ κιλά πηλό. Χρησιμοποίησε 6 $\frac{9}{10}$ κιλά πηλό για να φτιάξει φαναράκια και 4 $\frac{4}{5}$ κιλά πηλό για να φτιάξει κηροπήγια. Πόσος πηλός έμεινε αχρησιμοποίητος;

3. Ο κύριος Νίκος πήρε μαζί του το Σάββατο τα 29 $\frac{2}{12}$ του μισθού του. Από αυτά ξόδεψε το Σάββατο τα $\frac{3}{12}$ για ψώνια στη λαϊκή αγορά. Πόσα χρήματα του έμειναν;

4. Τα 6 $\frac{4}{7}$ της επιφάνειας του κήπου της γιαγιάς μου έχει κόκκινες και λευκές τριανταφυλλιές. Από αυτά το $\frac{1}{7}$ έχει λευκές τριανταφυλλιές. Τι μέρος της επιφάνειας του κήπου έχει κόκκινες τριανταφυλλιές;

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΜΕΙΚΤΩΝ, ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Στους κολυμβητικούς αγώνες του συλλόγου του ο Λευτέρης κατέκτησε την πρώτη θέση στα 50 μέτρα ελεύθερο με χρόνο 52 $\frac{9}{20}$ δευτερόλεπτα. Ο Δημήτρης κατέκτησε τη δεύτερη θέση με χρόνο $\frac{3}{10}$ του δευτερολέπτου περισσότερο από ό,τι ο Λευτέρης. Ποια ήταν η επίδοση του Δημήτρη;

2. Η κυρία Τζένη αγόρασε 14 $\frac{1}{2}$ κιλά πηλό. Χρησιμοποίησε 6 $\frac{9}{10}$ κιλά πηλό για να φτιάξει φαναράκια και 4 $\frac{4}{5}$ κιλά πηλό για να φτιάξει κηροπήγια. Πόσος πηλός έμεινε αχρησιμοποίητος;

3. Ο κύριος Νίκος πήρε μαζί του το Σάββατο τα 29 $\frac{2}{12}$ του μισθού του. Από αυτά ξόδεψε το Σάββατο τα $\frac{3}{12}$ για ψώνια στη λαϊκή αγορά. Πόσα χρήματα του έμειναν;

4. Τα 6 $\frac{4}{7}$ της επιφάνειας του κήπου της γιαγιάς μου έχει κόκκινες και λευκές τριανταφυλλιές. Από αυτά το $\frac{1}{7}$ έχει λευκές τριανταφυλλιές. Τι μέρος της επιφάνειας του κήπου έχει κόκκινες τριανταφυλλιές;

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΜΕΙΚΤΩΝ, ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (2)

1. Μία ομάδα του Ορειβατικού Συλλόγου Αχαρνών πήγε 5 διαδοχικές μέρες στην Πάρνηθα. Την πρώτη ημέρα κάλυψαν 15 χιλιόμετρα, τη δεύτερη ημέρα κάλυψαν 18 $\frac{1}{2}$ χιλιόμετρα, την τρίτη 12 χιλιόμετρα, την τέταρτη 9 $\frac{3}{4}$ και την πέμπτη ημέρα κάλυψαν 4 $\frac{1}{4}$ χιλιόμετρα. Πόσο ήταν το συνολικό μήκος που κάλυψαν τις πέντε ημέρες;

2. Η Κωνσταντίνα ξόδεψε τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων της στο βιβλιοπωλείο και το $\frac{1}{6}$ στο κατάστημα ψιλικών της γειτονιάς της. Τι μέρος των χρημάτων της περίσσεψε;

3. Ο κύριος Μάνος έχει φυτέψει στα $\frac{2}{15}$ του κήπου του πανσέδες, στο $\frac{1}{5}$ φρέζες, στο $\frac{1}{3}$ γεράνια και στα $\frac{4}{15}$ καλαγχόες. Στο υπόλοιπο μέρος του κήπου έχει φυτέψει υάκινθους. Τι μέρος του κήπου είναι οι υάκινθοι;

4. Το σακί με χώμα που έχει η γιαγιά της Νεφέλης στον κήπο της ζυγίζει 17 $\frac{3}{20}$ κιλά. Το απόβαρο του σακιού είναι $\frac{4}{5}$ του κιλού. Πόσο είναι το καθαρό βάρος του χώματος που περιέχεται στο σακί;

5. Το αγαπημένο τραγούδι του Μιχάλη διαρκεί 4 $\frac{2}{3}$ λεπτά. Από αυτά, τα 2 $\frac{5}{6}$ ακούγεται μουσική μαζί με λόγια, ενώ στον υπόλοιπο χρόνο ακούγεται μόνο μουσική. Για πόσα λεπτά ακούγεται μόνο μουσική;

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (2)

Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο κλάσματα;

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και το γινόμενό τους το γράφουμε αριθμητή στο νέο κλάσμα και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε παρονομαστή με παρονομαστή και το γινόμενό τους το γράφουμε παρανομαστή στο νέο κλάσμα. Άρα το γινόμενο των δύο κλασμάτων είναι το νέο κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρανομαστή το γινόμενο των παρανομαστών.

Παραδείγματα: α) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$ *β)* $\frac{5}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{40}{100}$

Πώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός μεταξύ μεικτών, ακεραίων και κλασμάτων;

Γράφουμε τον ακέραιο ως κλάσμα με παρανομαστή τη μονάδα, μετατρέπουμε το μεικτό σε κλάσμα και γενικά προσπαθούμε να έχουμε τελικά να πολλαπλασιάσουμε κλάσμα επί κλάσμα.

Παραδείγματα: α) $4 \times \frac{3}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$ *β)* $2\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{3} = \frac{12}{5} \times \frac{10}{3} = \frac{120}{5} = 8$

γ) $2\frac{1}{3} \times 3 = \frac{7}{3} \times \frac{3}{1} = \frac{21}{3} = 7$ *δ)* $1\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

Ποιοι ονομάζονται αντίστροφοι αριθμοί;

Αντίστροφοι λέγονται δύο αριθμοί όταν το γινόμενό τους είναι ίσο με 1.

Παραδείγματα: α) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$ *β)* $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} = 1$

Τι συμβαίνει όταν δύο αριθμοί είναι μικρότεροι από το 1;

Αν δύο αριθμοί είναι μικρότεροι από το 1, τότε και το γινόμενό τους θα είναι μικρότερο από το 1 αλλά και μικρότερο από τους δύο αριθμούς.

Για παράδειγμα: $\frac{2}{5} \times \frac{5}{10} = \frac{10}{100}$

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα:

α) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{6} =$ β) $\frac{7}{8} \times \frac{9}{10} =$ γ) $\frac{12}{20} \times \frac{6}{20} =$

δ) $\frac{5}{8} \times \frac{14}{20} =$ ε) $\frac{8}{11} \times \frac{11}{8} =$ στ) $\frac{9}{200} \times \frac{6}{1} =$

2. Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα (Το παράδειγμα θα σε βοηθήσει):

α) $2 \times \frac{4}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$ β) $8 \times \frac{7}{10} =$

γ) $5 \times \frac{2}{3} =$ δ) $\frac{3}{7} \times 9 =$

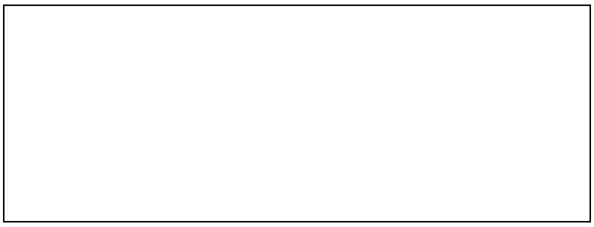
3. Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν στις παρακάτω ισότητες:

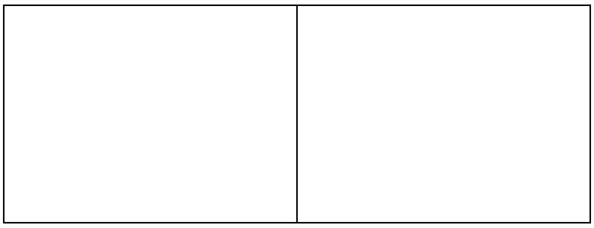
α) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{\ } = 1$ β) $\frac{2}{7} \times \frac{\ }{\ } = 1$ γ) $\frac{\ }{\ } \times \frac{9}{12} = 1$

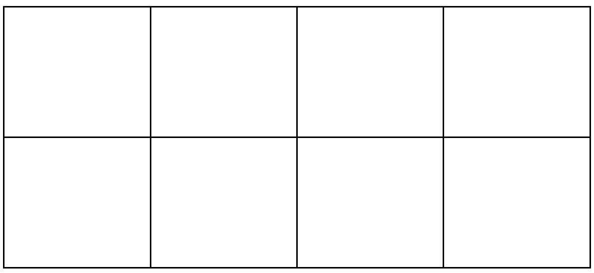
δ) $7 \times \frac{1}{\ } = 1$ ε) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} =$ στ) $\frac{5}{12} \times \frac{\ }{5} = 1$

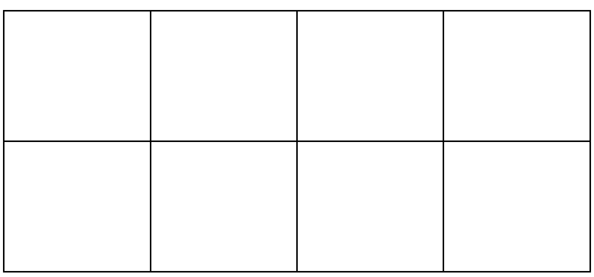
ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (1)

Βρίσκω τα $\frac{2}{4}$ ***του*** $\frac{1}{2}$ ***της ακέραιης μονάδας:***









ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (1)

Βρίσκω το $\frac{1}{3}$ ***των*** $\frac{2}{4}$ ***της ακέραιης μονάδας:***

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (3) – ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

☺ **Πότε κάνουμε πολλαπλασιασμό;**

Πολλαπλασιασμό κάνουμε στις εξής περιπτώσεις:

<u>1. Όταν γνωρίζουμε την αξία ενός μέρους μιας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την αξία ενός άλλους μέρους της:</u>

Παράδειγμα (1):

Η Ηλιάνα έδωσε το $\frac{1}{2}$ *των* $\frac{2}{3}$ *μιας σοκολάτας στο Λευτέρη. Τι μέρος της σοκολάτας έδωσε στο Λευτέρη;*

Λύση

Με τη σειρά κάνουμε τις εξής ενέργειες:

- Μια ολόκληρη σοκολάτα τη χωρίζουμε σε 3 ίσα μέρη -->

- Παίρνουμε τα 2 από τα 3 μέρη, δηλαδή τα $\frac{2}{3}$ της σοκολάτας. -->

- Χωρίζουμε το κάθε $\frac{1}{3}$ της σοκολάτας σε 2 ίσα μέρη.

Έτσι, η σοκολάτα χωρίζεται σε 6 ίσα μέρη και τα $\frac{2}{3}$ --> γίνονται $\frac{4}{6}$.

- Παίρνουμε τα μισά, δηλαδή $\frac{2}{6}$ (ή $\frac{1}{3}$) -->

Άρα:

$\frac{1}{2}$ x $\frac{2}{3}$ = $\frac{1x2}{2x3}$ = $\frac{2}{6}$ ή $\frac{1}{3}$ της σοκολάτας

<u>2. Όταν γνωρίζουμε την τιμή μιας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την αξία των πολλών ακέραιων μονάδων:</u>

Παράδειγμα (2):

Το μπουκάλι που έχει ο Βάιος μαζί του έχει 1 $\frac{1}{2}$ *λίτρο νερό. Πόσο νερό έχουν 10 όμοια μπουκάλια νερό;*

Λύση:

$10\, x 1\frac{1}{2} = \frac{10}{1} x \frac{3}{2} = \frac{30}{2} = 15$ λίτρα νερό

<u>3. Όταν γνωρίζουμε την τιμή της μιας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την αξία ενός μέρους της:</u>

Παράδειγμα (3):

Όλο το μήκος του πεζόδρομου, στον οποίο βρίσκεται η κατοικία του Στέφανου, είναι 200 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι τα $\frac{3}{5}$ *του πεζόδρομου;*

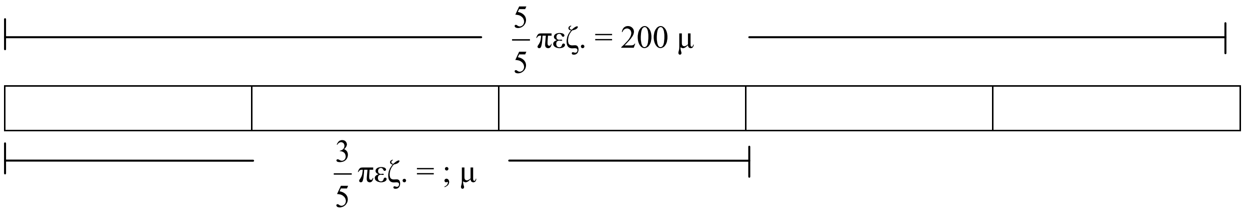
Λύση:

$200\,x\frac{3}{5}=\frac{200}{1}\,x\frac{3}{5}=\frac{600}{5}=120$ μέτρα

☺ Τα προβλήματα πολλαπλασιασμού κλασμάτων λύνονται και με τη μέθοδο της αναγωγής στην κλασματική μονάδα. Δηλαδή, όπως έχουμε μάθει, για να υπολογίζουμε την αξία ενός μέρους της ακέραιης μονάδας, πρέπει να βρούμε πρώτα την αξία της μίας κλασματικής μονάδας.

Για παράδειγμα το προηγούμενο πρόβλημα (του «Παραδείγματος 3») μπορεί να λυθεί και ως εξής:

Λύση:



Τα $\frac{5}{5}$ του πεζόδρομου είναι 200 μ.

Το $\frac{1}{5}$ του πεζόδρομου είναι 200 : 5 = 40 μ.

Τα $\frac{3}{5}$ του πεζόδρομου είναι 3 x 40 = 120 μ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Τα $\frac{4}{7}$ της απόστασης Αθήνα-Πάτρα είναι 124 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα απέχει η Πάτρα από την Αθήνα;

2. Η γιαγιά του Αλέξανδρου είναι συνέταιρος σε ένα κατάστημα κατά τα $\frac{5}{8}$. Πόσα χρήματα θα πάρει, αν το συνολικό κέρδος σε ένα μήνα είναι 2.600 ευρώ;

3. Η απόσταση από το σπίτι της ξαδέρφης της Ανδρομάχης μέχρι το σχολείο είναι 2 χιλιόμετρα και 500 μέτρα. Στα $\frac{3}{5}$ της απόστασης συναντά το σπίτι της γιαγιάς του Νίκου. Πόση είναι η απόσταση από το σπίτι της γιαγιάς του Νίκου μέχρι το σχολείο;

4. Η Βασιλική διάβασε σε μία ώρα τα $\frac{4}{9}$ ενός βιβλίου. Τι μέρος του βιβλίου είχε διαβάσει σε $\frac{5}{6}$ της ώρας;

5. Το μήκος ενός ομοιώματος δεινόσαυρου στο Μουσείο Φυσικής Ιστορίας του Μονάχου είναι 3 $\frac{3}{4}$ μέτρα. Το μήκος της ουράς του είναι τα $\frac{2}{5}$ του συνολικού του μήκους. Πόσο είναι το μήκος της ουράς του;

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ, ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΚΑΙ ΜΕΙΚΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πώς γίνεται η διαίρεση κλασμάτων, ακεραίων και μεικτών αριθμών;

Για να διαιρέσουμε έναν ακέραιο αριθμό με ένα κλάσμα ή ένα κλάσμα με ένα άλλο κλάσμα ή ένα κλάσμα με έναν ακέραιο κτλ. αντιστρέφουμε τους όρους του διαιρέτη και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό, δηλαδή πολλαπλασιάζουμε το κλάσμα ή τον ακέραιο με τον αντίστροφο του ακέραιου ή του κλάσματος. *(Υπενθυμίζεται ότι αντίστροφοι λέγονται δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα. Για παράδειγμα: Ο αντίστροφος του 3 είναι ο* $\frac{1}{3}$*, αφού 3 x* $\frac{1}{3}$ *=1.)*

Παραδείγματα:

α) $\frac{3}{9} : \frac{1}{3} = \frac{3}{9} x \frac{3}{1} = \frac{9}{9} = 1$

β) $6 : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} x \frac{3}{4} = \frac{24}{3} = 8$

γ) $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} x \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

Γενικά όλες οι περιπτώσεις διαίρεσης κλασμάτων μπορούν να αποκτήσουν τη μορφή «κλάσμα δια κλάσμα», καθώς, όπως γνωρίζουμε, κάθε ακέραιος μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα με παρονομαστή τη μονάδα και κάθε μεικτός μπορεί να μετατραπεί σε κλάσμα.

Παραδείγματα:

δ) $1\frac{1}{2} : \frac{3}{8} = \frac{3}{2} : \frac{3}{8} = \frac{3}{2} X \frac{8}{3} = \frac{24}{6} = 4$

ε) $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} =$

στ) $6 : 1\frac{1}{2} =$

Πότε κάνουμε διαίρεση;

Διαίρεση κάνουμε στις εξής περιπτώσεις:

α) Όταν γνωρίζουμε την αξία πολλών ακέραιων μονάδων και ζητάμε την τιμή μίας ακέραιης μονάδας (διαίρεση μερισμού).

Για παράδειγμα:

Το $1\frac{1}{2}$ *κιλό τούρτα κοστίζει 15€. Πόσο κοστίζει το 1 κιλό;*

$$5 : 1\frac{1}{2} = 15 : \frac{3}{2} = 15 x \frac{2}{3} = \frac{30}{3} = 10€$$

β) Όταν γνωρίζουμε την αξία πολλών ακέραιων μονάδων, την τιμή της μίας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε το πλήθος των μονάδων (διαίρεση μέτρησης).

Για παράδειγμα:

Με $1\frac{1}{2}$ *λίτρο βυσσινάδα πόσα ποτήρια των* $\frac{2}{8}$ *του λίτρου γεμίζουμε;*

$$1\frac{1}{2} : \frac{2}{8} = \frac{3}{2} : \frac{2}{8} = \frac{3}{2} x \frac{8}{2} = \frac{24}{4} = 6 \text{ ποτήρια}$$

γ) Όταν γνωρίζουμε την αξία ενός μέρους της ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την τιμή ολόκληρης της ακέραιης μονάδας.

Για παράδειγμα:

Τα $\frac{3}{4}$ *της απόστασης του σχολείου από το σπίτι του Λευτέρη είναι 75 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι ολόκληρη η απόσταση;*

$$75 : \frac{3}{4} = 75 x \frac{4}{3} = \frac{300}{3} = 100μ.$$

<u>Σημείωση</u>:

Τα προβλήματα διαίρεσης κλασμάτων λύνονται κα με τη μέθοδο της αναγωγής στην κλασματική μονάδα. Για να υπολογίσουμε, δηλαδή την αξία ολόκληρης της ακέραιης μονάδας πρέπει να βρούμε πρώτα την αξία της μίας κλασματικής μονάδας, όπως γνωρίζουμε. *(Λύνω στο τετράδιο το προηγούμενο παράδειγμα με την απόσταση με τη μέθοδο της αναγωγής στην κλασματική μονάδα).*

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Εκτελώ τις πράξεις:

- $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$
- $\frac{2}{6} : \frac{1}{12}$
- $\frac{5}{9} : \frac{3}{27}$
- $\frac{3}{8} : \frac{2}{24}$
- $\frac{3}{8} : 1\frac{2}{5}$
- $\frac{5}{9} : 15$
- $5 : \frac{2}{3}$
- $9\frac{2}{3} : 11\frac{1}{2}$

2. Λύνω τα προβλήματα:

α. Η Μυρτώ είχε $\frac{4}{8}$ του κιλού ξηρούς καρπούς. Τους μοίρασε στα τρία παιδιά της ομάδας της, τον Αντώνη, την Ελίνα και την Τζένη. Πόσους ξηρούς καρπούς έφαγε το καθένα;

β. Ο πατέρας του Αχιλλέα έβαλε στο αυτοκίνητό του 45 λίτρα βενζίνης. Πόσα χιλιόμετρα θα κάνει αν για κάθε χιλιόμετρο το αυτοκίνητο καταναλώνει $\frac{1}{5}$ του λίτρου βενζίνη κατά μέσο όρο;

γ. Μία βιοτεχνία παιδικών ενδυμάτων αγόρασε $316\frac{1}{4}$ μέτρα ύφασμα για να ράψει όμοιες στολές για τους μαθητές ενός σχολείου. Αν για κάθε στολή χρειάζονται $2\frac{3}{4}$ μέτρα, πόσες στολές θα ράψει;

δ. Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών του σχολείου της γειτονιάς μου είναι 261 μαθητές. Πόσους μαθητές έχει αυτό το σχολείο;

ε. Τα $\frac{3}{5}$ των ακροατών μίας συναυλίας που πήγαν δύο μαθήτριες της τάξης μας ήταν γυναίκες και οι υπόλοιποι ήταν άντρες. Αν οι άντρες ήταν 800, πόσες ήταν οι γυναίκες;

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΤΕΣΣΕΡΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Βάζω το σύμβολο της ισότητας ή της ανισότητας:

α. $\frac{15}{5}$ x $\frac{5}{15}$ β. $\frac{4}{10}$ x $\frac{20}{10}$ γ. $\frac{5}{5}$ x $\frac{1}{1}$

2. Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσω στο 173 $\frac{1}{3}$ για να βρω τον αριθμό 400;

3. Ο Βάιος κι ο αδερφός του αγόρασαν 2 δοχεία με υλικά κατασκευών. Το πρώτο έχει μεικτό βάρος 3 $\frac{1}{2}$ και απόβαρο $\frac{3}{4}$ κιλά ενώ το δεύτερο έχει μεικτό βάρος 2 $\frac{1}{4}$ κιλά και απόβαρο $\frac{3}{5}$ κιλά. Πόσα κιλά είναι τα υλικά κατασκευών που αγόρασαν;

4. Ο παππούς της Νίκης αγόρασε από τη λαϊκή αγορά για όλη την οικογένεια 18 κιλά φρούτα. Από αυτά τα 8 $\frac{3}{4}$ κιλά ήταν πορτοκάλια, τα 6,5 κιλά ήταν μήλα και τα υπόλοιπα λεμόνια. Πόσα κιλά ήταν τα λεμόνια;

5. α. Πόσα βαζάκια του $\frac{1}{5}$ του κιλού θα γεμίσει η κυρία Ανδρομάχη με 3,8 κιλά μαρμελάδα φράουλα;

β. Ο κύριος Μάνος αγόρασε για τη γιορτή του 1.500 γραμμάρια ξηρούς καρπούς και τους μοίρασε σε δοχεία που το καθένα χωρούσε 0,3 κιλά ξηρούς καρπούς. Πόσα δοχεία γέμισε ο κύριος Μάνος;

γ. Η κυρία Τζένη έχει μία βιοτεχνία παρασκευής παγωτών. Πόσα δοχεία που χωράνε $\frac{3}{4}$ του κιλού θα γεμίσει με 2,25 κιλά παγωτό;

6. Στην πρώτη τάξη υπάρχει ένα δοχείο που περιέχει $\frac{3}{5}$ του κιλού πλαστελίνη. Πόσα γραμμάρια πλαστελίνη περιέχει το δοχείο;

7. Η στεριά καλύπτει περίπου τα $\frac{2}{7}$ της επιφάνειας της Γης. Το $\frac{1}{3}$ της στεριάς καλύπτεται από την Ασία. Τι μέρος της γήινης σφαίρας καλύπτει η Ασία;

8. Στην Ηλιάνα αρέσει το πολύσπορο ψωμί. Το ένα κιλό κοστίζει 1 $\frac{1}{5}$ ευρώ. Αν αγόρασε 1 $\frac{1}{2}$ κιλά ψωμί, πόσα χρήματα έδωσε;

9. Το καφεκοπτείο της κυρίας Μυρτώς άλεσε 17 $\frac{1}{2}$ κιλά καφέ και τον συσκεύασε σε φακελάκια του $\frac{1}{4}$ του κιλού. Πόσα φακελάκια συσκεύασε;

10. Για το αυτόματο πότισμα των αρωματικών φυτών μας αγοράσαμε λάστιχο μήκους 1 $\frac{1}{2}$ μέτρα. Τελικά όμως, επειδή είχαμε κι άλλο λάστιχο, χρησιμοποιήσαμε μόνο το $\frac{1}{3}$ από αυτό που αγοράσαμε. Πόσο ήταν το μήκος του λάστιχου που περίσσεψε;

11. Το θέατρο του κύριου Μιχάλη έχει 810 θέσεις. Τα $\frac{2}{9}$ του συνόλου των θέσεων βρίσκονται στον εξώστη. Για τις θέσεις στον εξώστη έχουν γίνει κρατήσεις για τα $\frac{2}{3}$ των θέσεων. Πόσες κρατήσεις έχουν γίνει για τις θέσεις στον εξώστη;

12. Ο κύριος Αλέξανδρος έχει δύο περιβόλια. Το πρώτο έχει έκταση $4\frac{2}{5}$ στρέμματα, ενώ η έκταση του δεύτερου περιβολιού είναι ίση με τα $\frac{10}{11}$ του πρώτου. α) Πόσα στρέμματα έχει το δεύτερο περιβόλι; β) Πόση έκταση έχουν και τα δύο περιβόλια μαζί;

13. Στις αρχές του περσινού καλοκαιριού, η κυρία Νεφέλη, που είναι ιδιοκτήτρια ενός πολυκαταστήματος, προμηθεύτηκε 120 τσάντες για τη θάλασσα. Κατά τη διάρκεια του Ιουνίου πουλήθηκαν τα $\frac{2}{5}$ των τσαντών αυτών. Τον Ιούλιο πουλήθηκαν τα $\frac{4}{9}$ των υπόλοιπων τσαντών. α) Πόσες τσάντες πουλήθηκαν τον Ιούνιο και πόσες περίσσεψαν; β) Πόσες τσάντες πουλήθηκαν τον Ιούλιο και πόσες περίσσεψαν;

14. Από τους μαθητές της περσινής μου τάξης οι μισοί πήγαιναν στο σχολείο με τα πόδια, το $\frac{1}{4}$ με το ποδήλατο, το $\frac{1}{8}$ με το λεωφορείο και 2 μαθητές τούς πηγαίνουν οι γονείς τους με το αυτοκίνητο. Πόσους μαθητές είχε αυτή η τάξη;

15. Ο Στέφανος αγόρασε ένα ποδήλατο. Η νονά του του έδωσε τα $\frac{8}{15}$ του ποσού που χρειαζόταν και η θεία του τα $\frac{4}{12}$. Τα υπόλοιπα, που ήταν 10 ευρώ, του τα έδωσε η αδερφή του. Πόσο κόστιζε το ποδήλατο;

16. Οι μαθητές του σχολείου μας πήγαν λίγο πριν το Πάσχα να παρακολουθήσουν ένα κινηματογραφικό έργο. Επιβιβάστηκαν σε 6 λεωφορεία των 48 θέσεων το καθένα. Στα 5 λεωφορεία συμπληρώθηκαν όλες οι θέσεις, ενώ στο έκτο λεωφορείο συμπληρώθηκαν τα $\frac{2}{3}$ των θέσεων. Πόσοι μαθητές πήγαν στο θέατρο;

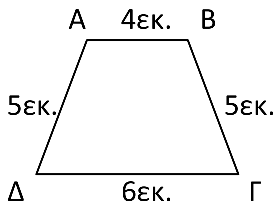
17. Το πλοίο με το οποίο ταξίδεψε η Ελευθερία στην Κρήτη το Πάσχα μπορεί να μεταφέρει 1.000 επιβάτες. Εκείνη την ημέρα τα $\frac{20}{50}$ των επιβατών ήταν Κρητικοί, τα $\frac{19}{200}$ Αθηναίοι και τα $\frac{10}{100}$ είναι αλλοδαποί. Πόσοι επιβάτες ταξίδεψαν τελικά; Πόσες κενές θέσεις είχε το πλοίο;

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ – ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ

1. ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ;

Περίμετρος ονομάζεται το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών ενός σχήματος.

Για παράδειγμα:

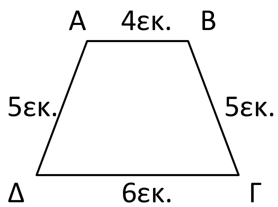


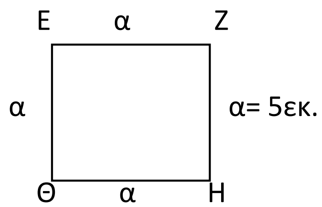
$\Pi_{ΑΒΓΔ} = 4 + 6 + 5 + 5$

$\Pi_{ΑΒΓΔ} = 20$ εκ.

Ισοπεριμετρικά ονομάζονται διαφορετικά σχήματα που έχουν την ίδια περίμετρο.

Για παράδειγμα:



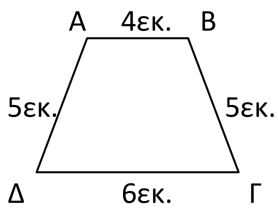


2. α. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ;

Για να βρούμε την περίμετρο του τετραγώνου πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό των πλευρών του με το μήκος της πλευράς του. Δηλαδή εφαρμόζουμε τον τύπο:

Περίμετρος $_{τετραγώνου}$ = αριθμός πλευρών (4) x μήκος πλευράς ή $\Pi_{τετραγώνου} = 4xα$

Για παράδειγμα:



$\Pi_{τετραγώνου} = 4 \times α$

$\Pi_{τετραγώνου} = 4 \times 5$ εκ.

$\Pi_{τετραγώνου} = 20$ εκ.

<u>2.β. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΠΛΕΥΡΑΣ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ όταν γνωρίζουμε την περίμετρό του;</u>

Αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε την περίμετρο του τετραγώνου, για να βρούμε το μήκος της πλευράς του τετραγώνου διαιρούμε την περίμετρό του με τον αριθμό των πλευρών του. Δηλαδή εφαρμόζουμε τον τύπο:

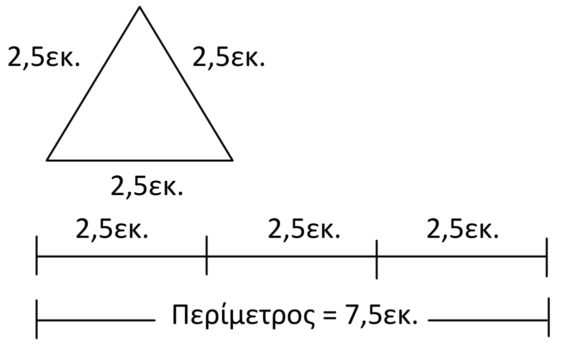
Μήκος πλευράς τετραγώνου = περίμετρος : αριθμό πλευρών (4)

Για παράδειγμα: Στο παραπάνω τετράγωνο ισχύει:

Μήκος πλευράς τετραγώνου = 20 εκ.:4 = 5 εκ.

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ</u>: Οι παραπάνω τύποι εφαρμόζονται σε όλα τα γεωμετρικά σχήματα που έχουν ίσες όλες τις πλευρές τους. Δηλαδή μπορούμε να υπολογίσουμε την περίμετρό του αν πολλαπλασιάσουμε το μήκος της πλευράς του επί τον αριθμό των πλευρών του. Αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε την περίμετρό του, μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος της πλευράς του, αν διαιρέσουμε την περίμετρο με τον αριθμό των πλευρών του.

Για παράδειγμα:



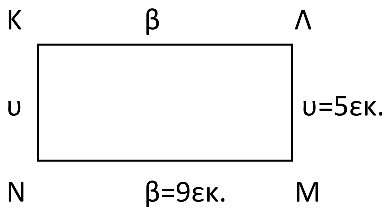
Περίμετρος τριγώνου = 2,5 εκ.+2,5 εκ. +2,5 εκ.= 7,5 εκ. ή Π = 3 x 2,5 εκ.= 7,5 εκ.

<u>3. α. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ;</u>

Για να βρούμε την περίμετρο του παραλληλογράμμου προσθέτουμε το μήκος (ή βάση του) και το πλάτος του (ή ύψος του) -οπότε βρίσκουμε την ημιπερίμετρό του- και μετά την πολλαπλασιάζουμε επί 2. Εφαρμόζουμε δηλαδή τον τύπο:

Περίμετρος $_{\text{παραλληλογράμμου}}$ = (μήκος + πλάτος) x 2 ή 2 x (μήκος + πλάτος)
ή 2 x (βάση + ύψος) ή <u>2 x (β+υ)</u> ή 2x β+ 2 υ

Για παράδειγμα:



$Π_{\text{παραλληλογράμμου}}$ = 2 x (β+υ)

$Π_{\text{παραλληλογράμμου}}$ = 2 x (9+5)

$Π_{\text{παραλληλογράμμου}}$ = 2 x 14 εκ.

$Π_{\text{παραλληλογράμμου}}$ = 28 εκ.

<u>3.β. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ όταν γνωρίζουμε την περίμετρό του;</u>

Αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε την περίμετρο του παραλληλογράμμου και θέλουμε να υπολογίσουμε το μήκος του, διαιρούμε δια 2 την περίμετρο και μετά αφαιρούμε το πλάτος του. Δηλαδή:

μήκος = (Περίμετρος :2) - πλάτος

Για παράδειγμα: Αν γνωρίζουμε την περίμετρο (20εκ.) και το πλάτος του παραλληλογράμμου (4εκ.), υπολογίζουμε το μήκος του ως εξής: μήκος παραλληλογράμμου = (20:2) – 4= 6εκ.

<u>3.β. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ όταν γνωρίζουμε την περίμετρό του;</u>

Με ανάλογο τρόπο υπολογίζουμε το πλάτος του παραλληλογράμμου. Δηλαδή:

πλάτος = (Περίμετρος: 2) – μήκος

Για παράδειγμα: Αν γνωρίζουμε την περίμετρο (20εκ.) και το μήκος του παραλληλογράμμου (6εκ.), υπολογίζουμε το πλάτος του ως εξής: πλάτος παραλληλογράμμου = (20:2) – 6= 4εκ.

ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Το τετράγωνο οικόπεδο της γιαγιάς του Νίκου έχει πλευρά 25 μ. Πόσα μέτρα είναι η περίμετρός του;
2. Ένα φουσκωτό παιχνίδι στον παιδότοπο της κ. Κωνσταντίνας έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλογράμμου με μήκος 22,5 μέτρα και πλάτος 18,3 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι η περίμετρός του;
3. Κοντά στο σπίτι της Μυρτώς υπάρχει μια πλατεία σε σχήμα τετράγωνο. Η Μυρτώ έκανε 4 γύρους στην πλατεία τρέχοντας συνολικά 1 χιλιόμετρο. Πόσα μέτρα είναι η μία πλευρά της πλατείας;
4. Σε ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ η πλευρά ΑΒ έχει μήκος 3 εκ., η ΒΓ διπλάσιο από την ΑΒ, η ΓΔ τριπλάσιο από την ΑΒ. Πόσα εκατοστά είναι η περίμετρος του ΑΒΓΔ;
5. Η κ. Άννα θέλει να περιφράξει ένα οικόπεδο σχήματος ορθογώνιου παραλληλόγραμμου που έχει στην Αλεξανδρούπολη, του οποίου η βάση είναι 29 μέτρα και το ύψος 15 μέτρα. Πόσα χρήματα θα πληρώσει αν κάθε μέτρο περίφραξης στοιχίζει 6 ευρώ;
6.Ένα γήπεδο ποδοσφαίρου έχει περίμετρο 316 μέτρα. Αν το μήκος του γηπέδου είναι 108 μέτρα, πόσο είναι το πλάτος του;
7.Η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι 29,6 μέτρα. Πόσο είναι το μήκος της πλευράς του;
8. Ο κήπος στην εξοχική κατοικία του Αχιλλέα έχει περίμετρο 300 μέτρα. Το μήκος του είναι 10 μέτρα μεγαλύτερο από το πλάτος του. Πόσο είναι το μήκος και πόσο το πλάτος αυτού του κήπου;

3. Κάνω τις μετατροπές:

α) Μετατρέπω το κλάσμα σε μεικτό αριθμό: $\frac{58}{14}$ = …………………………………………………………………………

β) Μετατρέπω το μεικτό αριθμό σε κλάσμα: $12\ \frac{5}{8}$ = ………………………………………………………………………

γ) Μετατρέπω τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα:

i)2,56 = ………

ii)0,070 = ……...

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ «ΚΛΑΣΜΑΤΑ-ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ»

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ____

Α. ΘΕΩΡΙΑ

1. Συμπληρώνω κατάλληλα τον ορισμό:

Αντίστροφοι ονομάζονται οι αριθμοί ____

____

Για παράδειγμα:____

2. Ποια πράξη πρέπει να κάνουμε, πολλαπλασιασμό ή διαίρεση; Συμπληρώνω Π για πολλαπλασιασμό και Δ για διαίρεση:

Όταν γνωρίζουμε την αξία πολλών ακέραιων μονάδων, την τιμή της μίας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε το πλήθος των μονάδων.	
Όταν γνωρίζουμε την τιμή της μιας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την αξία ενός μέρους της.	
Όταν γνωρίζουμε την αξία ενός μέρους μιας ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την αξία ενός άλλους μέρους της.	
Όταν γνωρίζουμε την αξία ενός μέρους της ακέραιης μονάδας και ζητάμε να βρούμε την τιμή ολόκληρης της ακέραιης μονάδας.	

Β. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3. Λύνω τα προβλήματα:

α) Η γιαγιά της Νεφέλης αγόρασε $4\frac{3}{4}$ ***κιλά φράουλες και κεράσια, που ήταν*** $\frac{6}{8}$ ***του κιλού περισσότερα από τις φράουλες. Πόσα κιλά ήταν τα κεράσια;***

*Σκέψη:*____

____

____

____

*Λύση:*____

____

____

____

*Απάντηση:*____

β) Ο κύριος Αλέξανδρος, ο οδοντίατρος, παρήγγειλε 96 οδοντόκρεμες για να τις χαρίζει στα παιδιά που τον επισκέπτονται. Μέχρι το τέλος του μήνα έδωσε σε παιδιά τα $\frac{4}{12}$ από αυτές. Πόσες οδοντόκρεμες του έμειναν στο τέλος του μήνα;

*Σκέψη:*____

____

____

____

____

*Λύση:*____

____

____

____

____

*Απάντηση:*____

γ) Το Σάββατο η κυρία Μυρτώ έτρεξε $5\frac{1}{6}$ χιλιόμετρα, ενώ ο αδερφός της έτρεξε $\frac{3}{6}$ χιλιόμετρα λιγότερα από τη Μυρτώ. Πόσα χιλιόμετρα έτρεξε ο αδερφός της Μυρτώς;

*Σκέψη:*____

____

____

*Λύση:*____

____

____

*Απάντηση:*____

δ) Την Κυριακή η κυρία Φωτεινή ζήτησε από το Λευτέρη να μοιράσει τα $2\frac{4}{5}$ κιλά κουφέτα που είχε αγοράσει για τη δεξίωση του γάμου της ξαδέρφης της εξίσου σε 4 βάζα. Πόσα κιλά κουφέτα έβαλε σε κάθε βάζο;

*Σκέψη:*____

____

____

*Λύση:*____

____

____

____

*Απάντηση:*____

Καλή επιτυχία!

Αυτοαξιολόγηση: ………………………………………………………………………………………………………

ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ, ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ ΚΑΙ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

1. ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΕΜΒΑΔΟΝ;

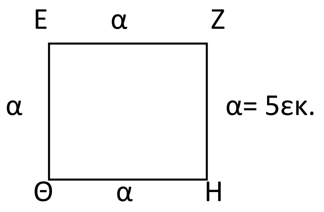
Εμβαδόν ενός σχήματος ονομάζουμε τη μέτρηση της επιφάνειας που καταλαμβάνει το σχήμα αυτό.

2. ΠΩΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ;

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τετραγώνου εφαρμόζουμε τον τύπο:

$\mathbf{E_{τετραγώνου} = α \times α}$

Για παράδειγμα:



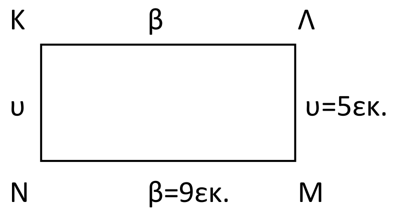
$E_{τετραγώνου}$ = α x α = 5εκ. x 5εκ. = 25 τ.εκ.

3. ΠΩΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ;

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου εφαρμόζουμε τον τύπο:

$\mathbf{E_{παραλληλόγραμμου} = β \times υ}$

Για παράδειγμα:



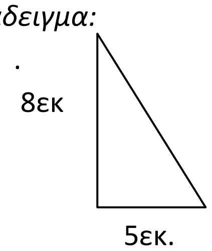
$E_{παραλληλόγραμμου}$ = β x υ = 9εκ. x 5εκ. = 45 τ.εκ.

4. ΠΩΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ;

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τριγώνου εφαρμόζουμε τον τύπο:

$$\mathbf{E_{τριγώνου} = \frac{β \times υ}{2}}$$

Για παράδειγμα:



$$E_{τριγώνου} = \frac{β \times υ}{2} = \frac{5 \times 8}{2} = 20 \text{ τ.εκ.}$$